

Деление канона

Введение ^{1, 2}

Если бы были покой и неподвижность, была бы тишина. А если бы была тишина и не было движения, никто бы ничего не услышал. Поэтому чтобы что-то услышать, прежде должны возникнуть удар и движение.³ Так как все звуки возникают от удара, а удар не мог бы случиться без предшествующего движения, из движений же одни плотнее, а другие реже, и от более плотных получаются более высокие голоса, а от более разреженных — более низкие, то по необходимости одни будут более высокими, поскольку они состояются из более уплотнённых и многочисленных движений, а другие — более низкими, поскольку они складываются из более разреженных и малочисленных движений. Слишком высокий голос спускают до нужного отнятием движения; слишком низкий голос напрягают до нужного прибавлением движения. Поэтому можно сказать, что голоса составлены из частей, так как они достигают нужного путём прибавления и отнятия.⁴ Но всё состоящее из частей относится одно к другому как числа, так что голоса по необходимости относятся друг к другу как числа. Числа же относятся либо в многократном отношении (*ἐν πολλαπλασίῳ λόγῳ*), либо в сверхчастном (*ἐν ἐπιμορίῳ*), либо в превышающем на несколько частей (*ἐν ἐπιμερεῖ*),⁵ так что и голоса по необходимости имеют между собой такие же отношения. И по этому отношению между собой они именуются кратными и сверхчастными.

¹ Перевод осуществлён по изданию *Sectio canonis* [Sp.], ed. H. Menge, *Euclidis opera omnia*, vol. 8. Leipzig: Teubner, 1916, s. 158-180.

² Принадлежность Евклиду этого сочинения, в котором излагается спекулятивный подход к построению теории консонансов и обоснованию настройки по чистым картам и квинтам, является более чем спорной. Во всяком случае, большая часть материала *Sectio canonis*, как было показано Б. Л. Ван Дер Варденом, восходит к выдающемуся пифагорейскому математику АРХИТУ ТАРЕНТСКОМУ. Роль последующих авторов (был ли это Евклид или кто-нибудь другой), сводилась не более чем к переписыванию текста АРХИТА с возможным добавлением нескольких последних предложений. Тексты поздних авторов, прямо ссылающихся в связи с изложенным в *Sectio canonis* материалом на пифагорейцев вообще и АРХИТА в частности, приведены в Приложении.

³ ПОРФИРИЙ в *Комментарии к «Гармонике» Птолемея* (30₇) передаёт следующую фразу ПИФАГОРА, дошедшую до него через цепочку сообщений КСЕНОКРАТА и ГЕРАКЛИДА ПОНТИЙСКОГО: «Если кто-нибудь захочет из равенства услышать что-либо созвучное, то должно возникнуть некоторое движение».

⁴ Именно в этом месте старинное пифагорейское воззрение «всё есть число» выражено наиболее отчётливым образом. Автор не проводит различий между дискретным изменением, которое идёт путём добавления и отнятия порций, и непрерывным изменением, проходящим через все градации данной переменной величины. При непрерывном изменении переменная величина приобретает как соизмеримые с исходной ступенью значения, так и несоизмеримые, которые уже не могут быть выражены отношением натуральных чисел.

⁵ Кратные отношения имеют вид $n : 1$, сверхчастные — $(n + 1) : n$. В словесном выражении этих отношений присутствует указание на одно число (к примеру, трёхкратное либо эпитритное = «превышающее на треть») По-видимому, все прочие числовые отношения большего к меньшему автор называет превышающими на несколько частей. В последующей теории так назывались отношения вида $(n + m) : m$, где $m < n$, не превышавшие двукратного отношения.

Известно, что одни голоса являются созвучными (*σύμφωνοι*), а другие разнозвучными (*διάφωνοι*), и что созвучные голоса сливаются друг с другом, а разнозвучные нет. И для созвучных голосов, где одно возникает из обоих слиянием звуков, есть нечто разумное в том, что имя каждого созвучия определяется отношением чисел, либо кратным, либо сверхчастным.⁶

Предложение 1

Если составной интервал образуется удвоением кратного интервала, то этот интервал будет кратным.

Пусть будет интервал ВГ, и пусть В к Г будет кратным. Сделаю, чтобы было как Г к В, так и В к Δ. Я утверждаю, что □ к Г является кратным. Ведь поскольку В к Г является кратным, Г измеряет В. И поскольку как Г к В, так и В к Δ, тем самым Г измеряет Δ. Тем самым □ к Г является кратным.

Предложение 2

Если удвоением интервала образуется кратный составной интервал, то и исходный интервал является кратным.

Пусть будет интервал ВГ. Сделаю, чтобы было как Г к В, так и В к Δ, и пусть □ к Г будет кратным. Я утверждаю, что В к Г является кратным. Ведь поскольку □ к Г является кратным, Г измеряет □. Но известно, что если числа образуют пропорцию, и первое измеряет последнее, то оно измеряет и промежуточные (*Начала*, VIII, 7)⁷. Тем самым Г измеряет В, поэтому В к Г является кратным.

Предложение 3

В сверхчастном интервале нет ни одного, ни многих средних пропорциональных, выражающихся числом.

Пусть имеется сверхчастный интервал ВГ. Наименьшими в том же отношении, что и В, Г, пусть будут ΔZ, Θ. Они не имеют общей меры, кроме единицы. Отложим NZ равным Θ; и ΔZ будет сверхчастным по сравнению с Θ, а их разница ΔН будет общей мерой ΔZ и Θ. Но тогда ΔН есть единица, а потому между ΔZ, Θ нет никаких средних. Ведь они встали бы между большим ΔZ и меньшим Θ, разнящимися на единицу, а это невозможно. Поэтому они не встают между ΔZ, Θ. Но сколько средних пропорциональных можно вставить между наименьшими, столько же можно вставить и между всеми, имеющими то же отношение (*Начала*, VIII, 8). А раз их нельзя вставить между ΔZ, Θ, то их нельзя вставить и между В, Г.

⁶ Здесь исподволь вводится базовая гипотеза, на которой основывается значительная часть последующих доказательств: все созвучные интервалы являются либо кратными, либо сверхчастными, прочие же отношения чисел не дают созвучных интервалов. Далее, отнюдь не все кратные и сверхчастные интервалы считались в пифагорейской теории созвучными, но лишь те, у которых входящие в них числа не превышали четырёх. Таким образом, к созвучным относились кратные интервалы октавы 2 : 1, дуодецимы 3 : 1 и двойной октавы 4 : 1, а также сверхчастные интервалы квинты 3 : 2 и кварты 4 : 3.

⁷ Ссылки на определения и предложения *Начал* Евклида, а также внутренние ссылки на уже доказанные предложения *Sectio canonis* расставлены переводчиком.



Предложение 4

Если некратный интервал составить дважды, то целое не будет ни кратным, ни сверхчастным.

Пусть будет некратный интервал ВГ. Сделаю, чтобы было как Г к В, так и В к Δ. Я утверждаю, что Δ к Г не является ни кратным, ни сверхчастным. Во-первых, пусть Δ к Г будет кратным. Однако известно, что если удвоением интервала составляется кратный интервал, то и исходный интервал будет кратным (пр. 2). Получается, что В к Г является кратным. Но это не так. Поэтому невозможно, чтобы Δ к Г было кратным. Но оно не может быть и сверхчастным. Ведь в сверхчастный интервал не вставляется среднее пропорциональное (пр. 3). Но в Δ, Г вставляется В. Поэтому невозможно, чтобы Δ к Г было кратным или сверхчастным.

Предложение 5

Если удвоением интервала составляется некратный интервал, то и исходный интервал не является кратным.

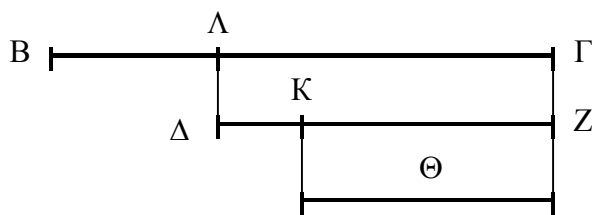
Пусть будет интервал ВГ. Сделаю, чтобы было как Г к В, так и В к Δ, и пусть □ к Г не будет кратным. Я утверждаю, что и В к Г не будет кратным. Ведь если В к Г будет кратным, то и □ к Г будет кратным (пр. 1). Но это не так. Поэтому В к Г не будет кратным.

Предложение 6

Двукратный интервал составляется из двух наибольших сверхчастных, из полуторного и эпитритного.⁸

Пусть ВГ будет полуторным к ΔZ, а ΔZ — эпитритным к Θ. Я утверждаю, что ВГ будет двукратным к Θ. Отложим ZK, равное Θ, и ΓΛ, равное ΔZ. ВГ является полуторным к ΔZ, и тем самым ВΛ является третьей частью от ВГ и половиной от ΔZ. И вновь, ΔZ является полуторным к Θ, и тем самым ΔК является четвертой частью от ΔZ и третьей частью от Θ. Получается, что ΔК будет четвертой частью от ΔZ, и ВΛ будет половиной от ΔZ, поэтому ΔК будет половиной от ВΛ. Но ВΛ было третьей частью от ВГ. Поэтому ΔК будет шестой частью от ВГ. Но ΔК было третьей частью от Θ. Поэтому ВГ будет двукратным к Θ.

⁸ Полуторное отношение выражается в числах как 3 : 2. Эпитритное («превышающее на треть») отношение выражается в числах как 4 : 3.



Иначе. Пусть А будет полуторным к В, а В будет эпитритным к Г. Я утверждаю, что А является двукратным к Г. А содержит в себе В и его половину. Поэтому два А равны трём В. Далее, поскольку В является эпитритным к Г, В содержит в себе Г и его треть. Поэтому три В равны четырём Г. Но три В равны двум А. Поэтому два А равны четырём Г. Поэтому А равно двум Г. Тем самым А является двукратным к Г.

Предложение 7

Двукратный и полуторный интервалы производят трёхкратный интервал.

Пусть А будет двукратным к В, а В будет полуторным к Г. Я утверждаю, что А будет трёхкратным к Г. Поскольку А является двукратным к В, А равняется двум В. Далее, поскольку В является полуторным к Г, В содержит в себе Г и его половину. Поэтому два В равны трём Г. Но два В равны А. Поэтому А равно трём Г. Тем самым А будет трёхкратным к Г.

Предложение 8

Если из полуторного интервала вычесть эпитритный интервал, то остаток будет свехвосьмерным.

Пусть А превышает В на половину, и Г превышает В на треть; я утверждаю, что А превышает Г на восьмую часть. Поскольку А является полуторным к В, А содержит в себе В и его половину. Тем самым восемь А равны двенадцати В. Далее, поскольку Г является эпитритным к В, Г содержит в себе В и его третью часть. Тем самым девять Г равны двенадцати В, а двенадцать В равны восьми А. Поэтому восемь А равны девяти Г. Поэтому А равно Г и его восьмой части. Поэтому А является свехвосьмерным к Г.

Предложение 9

Шесть свехвосьмерных интервалов больше одного двукратного интервала.

Пусть А есть некое число. И пусть В будет свехвосьмерным к А, Г — свехвосьмерным к В, Δ — свехвосьмерным к Г, Е — свехвосьмерным к Δ, Z — свехвосьмерным к Е, Н — свехвосьмерным к Z. Я утверждаю, что Н к А будет больше двукратного интервала. Найдём семь свехвосьмерных друг к другу чисел, которые суть А, В, Г, Δ, Е, Z, Н, положив А равным 262144, В равным 294912, Г равным 331776, Δ равным 373248, Е равным 419904, Z равным 472392, Н равным 5341441; и вот Н к А больше двукратного интервала.

Предложение 10

Интервал октавы (*διὰ πασῶν*) является кратным.

Пусть *нета высших* будет А, *меса* — В, *просламбаномен* — Г.⁹ И вот интервал двойной октавы АГ по своему бытию является созвучным. Значит он является или сверхчастным, или кратным.¹⁰ Но сверхчастным он не является: ведь в сверхчастный интервал не вставляется среднее пропорциональное (пр. 3). Значит он является кратным. Но тогда два <равных> интервала АВ, ВГ составлением дают кратное целое, и тем самым АВ является кратным (пр. 2).

Предложение 11

Каждый из интервалов кварты (*διὰ τεσσάρων*) и квинты (*διὰ πέντε*) является сверхчастным.

Пусть *нета соединённых* будет А, *меса* — В, *гипата средних* — Г. И вот интервал двойной кварты по своему бытию является разнозвучным. Значит он не является кратным.¹¹ И два равных интервала АВ, ВГ составляют целое, которое не является кратным, значит и АВ не является кратным (пр. 5). Но он является созвучным; следовательно, сверхчастным. И такое же доказательство даётся для квинты.¹²

Предложение 12

Интервал октавы является двукратным.

Уже показано, что он является кратным (пр. 10). Значит, он является либо двукратным, либо большим двукратного. И показано также, что двукратный интервал составляется из двух наибольших сверхчастных (пр. 6), поэтому если октава будет более чем

⁹ Начиная с этого предложения, автор оперирует названиями нот так называемой «большой неизменной системы», охватывающей две октавы. Полное её построение описано в пр. 19 и 20. Описание её приводится во многих более поздних трактатах по гармонии, в частности, в принадлежащем КЛЕОНИДУ *Введении в гармонику* (4₁₋₁₉).

Меса (собственно «средняя») — это срединная нота системы, общая для верхней и нижней октав. Каждая из двух октав в направлении сверху вниз состоит из двух тетрахордов объёмом в кварту и дополнительного нижнего тона. В верхней октаве это тетрахорды высших и отделённых, в нижней октаве — тетрахорды средних и нижних. При подъёме вверх от меса верхние ноты тетрахордов называются нетами («верхними»); при спуске вниз от меса нижние ноты тетрахордов называются гипатами («нижними»). Просламбаномен («добавленная») — самая нижняя нота системы, добавленная тоном ниже гипаты нижних. При спуске сверху вниз вторые по порядку ноты двух верхних тетрахордов называются паранетами («прилежащими к нете»), а третьи по порядку ноты — тритами. При этом нижняя нота тетрахорда отделённых называется парамесой. При подъёме снизу вверх вторые по порядку ноты двух нижних тетрахордов называются парипатами («прилежащими к гипате»), а третьи по порядку ноты — лиханос («играемыми указательным пальцем»).

Кроме рассмотренных четырёх тетрахордов вводится также тетрахорд соединённых, нижней нотой которого является меса. Соответственно нета соединённых оказывается паранетой отделённых, паранета соединённых — тритой отделённых, трита соединённых — парамесой.

¹⁰ Именно здесь используется базовая гипотеза теории: все созвучные интервалы являются либо сверхчастными, либо кратными. Надо заметить, что сама эта гипотеза конечно же не является чисто умозрительной, но обобщает некоторый предварительный опыт, из которого уже известно, какие числовые интервалы каким созвучиям соответствуют.

¹¹ В этом доказательстве допущена грубая логическая ошибка: из предположения о том, что все созвучные интервалы являются кратными либо сверхчастными, отнюдь не следует обратное утверждение о том, что все кратные и сверхчастные интервалы являются созвучными.

¹² В доказательстве для квинт можно рассматривать нету отделённых, месу и диатон нижних.

двукратно, то она не составит из двух сверхчастных, но лишь из большего их количества. Однако она составляется из двух созвучных интервалов, из квинты и кварты, поэтому октава не более чем двукратна. Значит, она будет двукратной.

И вот теперь октава является двукратным интервалом (пр. 12), а двукратный интервал составляется из двух наибольших сверхчастных, и октава составляется из полуторного и эпитритного интервалов, каковые суть наибольшие (пр. 6). Но она составляется из квинты и кварты, являющихся сверхчастными (пр. 11). Поэтому квинта, которая больше, будет полуторной, а кварта — эпитритной.

И ясно, что интервал квинты и октавы ¹³ будет трёхкратным. Ведь показано, что двукратный и полуторный интервалы производят трёхкратный интервал (пр. 7). Так что интервал октавы и квинты будет трёхкратным. А двойная октава является четырёхкратной. Доказательство дано теперь для всех созвучий, и в их определениях содержится [отношения] охватывающих голосов друг к другу.

Предложение 13

Осталось разъяснить о тоновом (*τοιαῖος*) интервале, что он является сверхвосьмерным.

Уже показано, что когда из полуторного интервала вычитается эпитритный интервал, остаток будет сверхвосьмерным (пр. 8). И вот из квинты вычитается кварта, и остатком является тоновый интервал; значит, тоновый интервал является сверхвосьмерным.

Предложение 14

Октава меньше шести тонов.

Уже показано, что октава является двукратной (пр. 12), а тон — сверхвосьмерным (пр. 13). Но шесть сверхвосьмерных интервалов больше одного двукратного (пр. 9). Поэтому октава меньше шести тонов.

Предложение 15

Кварта меньше двух тонов и полутона, и квинта меньше трёх тонов и полутона.

Пусть *нета отделённых* будет В, *парамеса* — Г, *меса* — Δ, *гината средних* — Ζ. Итак, интервал Γ□ является тоном, ВΖ — октавой, меньшей шести тонов. А оставшиеся равные ВГ и ΔΖ будут [вместе] меньше пяти тонов. Поэтому один ВГ меньше двух тонов и полутона, и он является квартой, и ВΔ меньше трёх тонов и полутона, и он является квинтой.

Предложение 16

Тон не делится ни на два, ни на большее число равных.

Уже показано, что он является сверхчастным (пр. 13). Но в сверхчастный интервал не вставляются ни одно, ни много средних пропорциональных (пр. 3). Поэтому тон не делится на равные.

¹³ В современной терминологии — дуодецима.

Предложение 17

Паранеты и *лиханос* настраиваются по созвучным интервалам.¹⁴

Пусть *меса* будет В. Подниму кварту до Г, и от Г опущу квинту до □. Получится тон ВΔ. Теперь от Δ подниму кварту до Е, и от Е опущу квинту до Z. Получится тон ZΔ и дитон ZВ. Поэтому *лиханос* будет Z. Подобным же образом настраиваются и *паранеты*.

Предложение 18

Парипаты и *триты* не делят *пикнон* на равные.¹⁵

Пусть *меса* будет В, *лиханос* — Г, *гипата* — Δ. Опущу от В квинту до Z. Получится тон ZΔ. И от Z подниму кварту до Е. Интервалы ZΔ и ВЕ будут по тону. Присоединю общее ΔГ. И вот ZE равно ΔВ. Но ZE — это кварта, и в ZE не вставляется среднее пропорциональное: ведь этот интервал сверхчастный (пр. 3). Но ΔВ равно ZE: поэтому в ΔГ не вставляется среднее, а оно находится от *гипаты* в сторону *лиханос*. Стало быть, *парипата* не делит *пикнон* на равные. Подобным же образом не делит и *трита*.

Предложение 19

Разделением канона получается наилучшая неизменная система.¹⁶

¹⁴ В предложениях 16–17 речь идёт о *энгармоническом строе*, когда второй сверху голос тетра хорда (паранета либо лиханос) опущен по отношению к верхнему голосу на два тона.

¹⁵ *Пикнон* («плотное») — в энгармоническом строе это интервал между гипатой и лиханос, равный разнице кварты и дитона. Внутри этого интервала размещается второй снизу голос тетра хорда (парипата либо трита). В целом предложение следует сформулировать так: «Если парипаты и триты образуют рациональные отношения с другими голосами энгармонического строя, то они не делят пикнон на равные».

¹⁶ В предложениях 18–19 речь идёт о *диатоническом строе*, когда второй сверху голос тетра хорда опущен по сравнению с верхним голосом на тон (и поэтому автор называет его просто «диатон»), а второй снизу — ещё на тон.

Пусть канон делит струну АВ по длине на четыре равные части в Г, □, Е. Тогда ВА издаёт наинизший голос. АВ будет эпитритным к ГВ, так что ГВ созвучно с АВ в кварту на повышение. Пусть АВ — это *прослабаномен*; тогда ГВ — это *диатон нижних*. Далее, АВ будет двукратным к ВД, и они созвучны в октаву, так что ВД — это *меса*. Далее, АВ будет четырёхкратным к ЕВ, так что ЕВ — это *нета высших*. ГВ делится пополам в Z. ГВ будет двукратным к ZB, и ГВ созвучна в октаву с ZB; тогда ZB — это *нета соединённых*. Из ΔВ удаляется третья часть ΔН. ΔВ будет полуторным к НВ, и они созвучны в квинту; тогда НВ — это *нета отделённых*. НВ продлевается на равное НΘ, и ΘВ созвучна в октаву с НВ; поэтому ΘВ будет *гипатой средних*. От ΘВ отнимается третья часть ΘК. ΘВ будет полуторным к КВ, поэтому КВ будет *парамесой*. КВ продлевается на равную АК, что даёт *гипату нижних* АВ. Так с помощью линейки определяются все голоса неизменной системы.

Предложение 20

Прочее получается тем же путём.

ЕВ делится на восемь частей, и к ней прилагается одна часть ЕМ, так что МВ и ЕВ производят свехвосьмерной интервал. Далее, МВ делится на восемь частей, и к ней прилагается одна часть NM, поэтому NB будет тоном ниже BM, как и MB с BE, тогда NB — это *трита высших*, а MB — *диатон высших*. Третья часть от NB приставляется к ней как NΞ, так что ΞВ, будучи эпитритной к NB, созвучна с ней в кварту на пониже-



ние, тем самым ΞB — это *трита отделённых*. Далее, половинная часть ΞB приставляется к ней как ΞO , так что $O B$ созвучна в квинту с ΞB ; тем самым $O B$ — это *парипата средних*. Затем ΞO продлевается на равную $O П$, что даёт *парипату нижних ПВ*. И от $B Г$ отнимается четвёртая часть $Г P$, что даёт *диатон средних P B*.

Приложение 1. Птолемей, Гармоника (I, 5)

Восприятие признает следующие созвучия: так называемые кварту и квинту, разность между которыми называется тоном, затем октаву, октаву и кварту, октаву и квинту, а также двойную октаву. Интервалы большие этих мы для нашей настоящей задачи оставим в стороне. Пифагорейская теория из упомянутых интервалов оставляет в стороне также октаву и кварту в соответствии с особенными гипотезами, которые были выставлены главами этой школы из следующих соображений. Исходным началом их метода является то, что равные числа сопоставляются с голосами равного напряжения, неравные же — с голосами неравного напряжения. Далее они говорят, что как существуют два вида голосов разного напряжения — созвучные и разнозвучные, из которых прекраснейшие — созвучные, так и среди неравных чисел различаются два главных рода отношений, во-первых — превышающие на несколько частей, где число относится к числу,¹⁷ во-вторых, сверхчастные и кратные. Более предпочтительными вследствие простоты сравнения являются последние, так как для сверхчастных избыток является некоторой частью целого, а в кратных меньшее содержится в большем. Поэтому они сопоставляют сверхчастные и кратные отношения с созвучиями: октаву они выражают как двукратное отношение, квинту — как полуторное, кварту — как эпитритное. Путём рассуждения устанавливается, что прекраснейшим из созвучий является октава, а лучшим из отношений — двукратное; первая потому, что она ближе всего к равенству напряжений, а второе потому, что только в нём избыток равен превышаемому. Далее, октава составляется из двух последовательных и первых созвучных интервалов — квинты и кварты, а двукратное отношение — из двух последовательных и первых сверхчастных, а именно полуторного и эпитритного. Поскольку эпитритное отношение меньше полуторного, то и созвучие кварты будет меньше квинты, так что их разность или тон стоит в сверхвосьмерном отношении; ведь настолько полуторное отношение превосходит эпитритное. В соответствии с этим они причисляли к созвучным интервалам также октаву и квинту, взятые в их совместной величине, и двойную октаву, так как последняя соответствует четырёхкратному отношению, а первая — трёхкратному. А октаву и кварту они не причисляли к созвучиям, так как ей соответствует отношению восемь к трём, которое не является ни сверхчастным, ни кратным.

Они добились этого и при помощи более геометрического способа. Пусть будет

¹⁷ «Число относится к числу» — в том смысле, что в определении такого интервала указываются по имени два числа, например, восемь к трём. Во отличие от этого случая, в именах кратных и сверхчастных интервалов участвует только одно число, например, восьмикратный для кратного или «превышающий на восьмую часть» для сверхчастного.

квинта АВ и вслед за ней другая квинта ВГ, так что АГ будет двойной квинтой. Поскольку двойная квинта не является созвучной, то и АГ не будет двукратной, поэтому и АВ не кратна, но она созвучна: следовательно, квинта сверхчастна. Подобным же образом они доказывают, что кварта, которая меньше квинты, тоже сверхчастна. Теперь, говорят они, пусть будет октава АВ и вслед за ней другая октава ВГ, так что АГ будет двойной октавой. Так как двойная октава будет созвучной, то АГ будет или сверхчастным, или кратным. Но оно не может быть сверхчастным, ибо в него не вставляется среднее пропорциональное; следовательно, АГ, а значит и АВ, будут кратными; поэтому октава кратна. Отсюда они заключают, что октава двукратна, квинта полуторна и кварта эпитритна. Ведь из кратных отношений только двукратное составляется из двух наибольших сверхчастных, ибо два любых других сверхчастных, составленные вместе, будут меньше двукратного, а двукратное — наименьшее из кратных; тон же в соответствии с этим будет сверхвосемьмерным. Они показывают, что полутон является неблагозвучным (*ἑκμυλές*), поскольку он как среднее пропорциональное делит пополам сверхчастное отношение, а таковое в сверхчастном является неблагозвучным.¹⁸

Приложение 2. Бозций, Музыкальное наставление (III, 11)

В сверхчастное отношение невозможно вставить среднее пропорциональное число. Доказательство, которое даёт Архит, слишком слабое. Оно таково. Пусть имеется сверхчастное отношение A, B . Сложу его к отношению наименьших C, DE . Следовательно, так как C и DE — наименьшие в этом отношении и сверхчастные, то число DE превосходит число C на одну их общую часть. Назовём её D . Я утверждаю, что D будет не числом, а единицей. Действительно, если D — число и часть от DE , то тогда число D будет измерять число DE , а тем самым и число E . Тем самым оно будет измерять C . Следовательно, число D будет измерять оба числа C и DE , что невозможно. Ибо наименьшие из всех чисел, находящиеся в сверхчастном отношении, первые между собой и различаются только на единицу. Следовательно, D — единица. Следовательно, число DE превосходит число C на единицу. Поэтому между ними невозможно вставить никакое число, которое было бы их средним пропорциональным. Отсюда следует, что и между числами, которые находятся в том же отношении, невозможно вставить среднее пропорциональное число.¹⁹

¹⁸ Изложение ПТОЛЕМЕЯ конспективно охватывает материал первых 16 предложений *Sectio canonis*. Естественно предположить что текст этого трактата был доступен ПТОЛЕМЕЮ непосредственно, и он на него опирался. Автора трактата ПТОЛЕМЕЙ называет «пифагорейцем», и это безусловно верно.

¹⁹ Этот фрагмент у БОЭЦИИ является прямым пересказом 3 предложения *Sectio canonis*. Сам БОЭЦИИ ссылается на АРХИТА, какой-то музыкальный трактат которого мог быть ему доступен. Возможно, что *Sectio canonis* как раз и являлся этим трактатом.

Приложение 3. Corpus Aristotelicum, Problemata (XIX, 41)

Почему двойная квинта и двойная кварта не являются созвучными, а двойная октава является? Не потому ли, что квинта имеет полуторное отношение, а кварта — эпитритное? Но в полуторной или эпитритной последовательности трёх чисел крайние члены не имеют между собой ни сверхчастного, ни кратного отношения. Ну а октава имеет двукратное отношение, и если её удвоить, то крайние члены будут иметь четырёхкратное отношение друг к другу. И если созвучие является отношением голосов друг к другу, и голоса в интервале двойной октавы имеют друг к другу отношение, а в двойной кварте и двойной квинте не имеют, то двойная октава будет созвучной, а прочие нет, согласно объявленному выше.