Является ли «Лжец» семантическим парадоксом?

В. А. Ладов
Томский государственный университет
Томский научный центр СО РАН
ladov@yandex.ru

Vsevolod Ladov
Tomsk State University; Tomsk Scientific Center SB RAS

Is the Liar paradox a semantic paradox?

Abstract. The Liar Paradox has been widely discussed from the ancient times and preserved its importance in contemporary philosophy of logic and mathematics. At the beginning of the 20th century, F.P. Ramsey asserted that the Liar Paradox is different from pure logical paradoxes such as Russell's paradox. The Liar Paradox is connected with language and can be considered a semantic paradox. Ramsey's point of view has become widespread in the logic of the 20th century. The author of the article questions this view. It is argued that the Liar Paradox cannot be unequivocally attributed to the semantic paradoxes and therefore Ramsey's point of view should be revised.

Keywords: Philetas, Russell, Ramsey, logical paradox, semantic paradox.

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-18-00057).

Введение

Парадокс Лжеца представляет собой одну из древнейших логических проблем, решить которую пытались еще философы Древней Греции. Случалось и так, что исследования данной проблеме были даже небезопасны для здоровья античных мыслителей и приводили к трагическим последствиям. Вот как характеризует парадокс Лжеца М. Сейнсбери – один из современных британских аналитических философов:

> Один из сложнейших парадоксов для толкования является также одним из простейших по формулировке: парадокс Лжеца. Одна из его версий просит вас рассмотреть человека, который просто говорит “Я сейчас лгу”. То, что он говорит,

DOI: 10.25205/1995-4328-2019-13-1-285-293

> истинно или ложно? Проблема состоит в том, что если он говорит правду, то он верно говорит о том, что он лжет, и поэтому то, что он говорит, ложно; но если то, что он говорит, ложно, тогда он должен говорить правду, поскольку он делает именно то, что говорит. Поэтому если то, что он говорит, ложно, то оно истинно; и если оно истинно, то оно ложно. Об этом парадоксе рассказывают, что он мучил многих античных логиков и стал причиной преждевременной смерти, по крайней мере, одного из них – Филета из Коса (Sainsbury 2009, 1).

Несмотря на столь драматичные события вокруг парадокса Лжеца в древнегреческой философии, на протяжении многих последующих веков данный парадокс зачастую воспринимался лишь как некоторая необычная головоломка, забава для ума, нежели как серьезная научно-философская проблема. Положение дел изменилось только в XX веке. Б. Рассел (2006) показал, что парадоксы в целом, и Лжец в частности, представляют собой серьезнейшую проблему, от решения которой зависит основание одного из наиболее строгих видов научного знания – математики, по крайней мере, в контексте философской программы логицизма и математического платонизма Г. Фреге (Целищев 2014; Суровцев 2016). Благодаря этому прозрению парадокс Лжеца начал снова очень активно обсуждаться в современной логике и философии математики. В данной статье предлагается критический анализ некоторых современных подходов к рассмотрению этого классического античного парадокса.

Парадокс Лжеца у Б. Рассела

В 1902 г. Б. Рассел написал Г. Фреге письмо, в котором указывал на логические затруднения, возникающие при отсутствии каких-либо ограничений на образование множеств (классов):

> Вы утверждаете, что функция может быть неопределяемым элементом. Я тоже так считал, но теперь этот взгляд кажется мне сомнительным из-за следующего противоречия: Пусть *w* будет предикатом “быть предикатом, не приложимым к самому себе”. Приложим ли *w* к самому себе? Из любого ответа вытекает противоречие. Стало быть, мы должны заключить, что *w* не является предикатом. Также не существует класса (как целого) тех классов, которые, как целое, не являются членами самих себя. Отсюда я заключаю, что при определённых обстоятельствах определяемое множество не образует целого (Frege 1980, 130–131).

Так был сформулирован парадокс, который в дальнейшем в логической литературе называли парадоксом множества всех непредикативных множеств или парадоксом класса всех стандартных классов. Существуют два вида классов: стандартные и нестандартные. Стандартным называется класс, который не включает себя самого в качестве собственного элемента. Например, класс всех яблок является стандартным. Он включает в себя конкретные объекты материального мира – яблоки, но не включает в качестве собственного элемента себя самого, поскольку класс всех яблок сам яблоком уже не является. Таких классов подавляющее большинство: класс всех людей, класс всех деревьев, класс всех столов и т.д. Поэтому они и именуются стандартными. Однако существуют и специфические, нестандартные классы. Нестандартным называется класс, который включает себя самого в качестве собственного элемента. Например, класс всех предметов, не являющихся яблоками, является нестандартным. Он включает в себя все предметы, не являющиеся яблоками, а именно, людей, деревья, столы и т.д. Но при этом и сам класс предметов, не являющихся яблоками, также может быть рассмотрен как предмет, не являющийся яблоком. Поэтому данный класс включает себя самого в качестве собственного элемента.

Б. Рассел видит проблему в образовании класса всех стандартных классов. Класс всех классов, не являющихся членами самих себя, оказывается противоречив в том смысле, что по отношению к нему мы с одинаковой претензией на истинность можем употребить два противоречащих друг другу суждения. Истинным является как суждение “Класс всех стандартных классов есть стандартный класс”, так и противоречащее ему “Класс всех стандартных классов есть нестандартный класс”. Если мы допустим, что класс всех стандартных классов стандартен, то он должен стать членом самого себя, ведь это класс, включающий в себя все возможные стандартные классы. Но в таком случае, мы приходим к выводу, что этот класс является нестандартным. Если мы допустим, что класс всех стандартных классов является нестандартным, то мы должны рассмотреть его в качестве члена себя самого. Но членами данного класса являются только стандартные классы, и поэтому мы приходим к выводу, что данный класс тоже является стандартным.

Б. Рассел рассматривал все парадоксы как подобные между собой. Он считал, что им присуща общая структура, которую можно представить следующим образом:

(1) $w = \{x: p(x)\}$
(2) $e \in x$
(3) $(e \in w) \,\&\, (e \notin w)$

Естественно, что в первую очередь в эту структуру вписывается сам парадокс Рассела. Будем собирать в класс *w* классы *x*, но только все те, которые имеют свойство *p*, а именно, свойство быть классом, не являющимся своим собственным элементом. При образовании класса *w*, возникает новый элемент *e*, который принадлежит *x*, поскольку тоже является классом.

Причем, в роли элемента *e* в парадоксе Рассела выступает сам образуемый класс *w*. Относительно элемента *e* оказываются истинными противоречащие друг другу положения, а именно, данный класс *e* и принадлежит классу *w*, и не принадлежит классу *w*. Предположим, что *e* принадлежит *w*, следовательно *e* обладает свойством *p*, а именно, не является своим собственным элементом. Поскольку в роли *e* выступает сам образуемый класс *w*, постольку предыдущее предложение может прочитываться следующим образом. Предположим, что *w* принадлежит себе самому, следовательно, *w* имеет свойство не принадлежать себе самому. Предположим, что *w* не принадлежит себе самому, следовательно, *w* принадлежит себе самому, поскольку класс *w* содержит в себе все возможные классы *x*, обладающие свойством *p*, а именно, свойством не принадлежать себе самому. С какого бы предположения мы ни начинали рассуждение, вывод оказывается противоречащим посылке.

Парадокс Лжеца, по мысли Рассела, также вполне может быть вписан в указанную структуру. Образуем класс *w*, состоящий из высказываний *x*, имеющих свойство *p*, выраженное в высказывании: “Высказывание, которое не является истинным”. В данный класс *w* попадут, например, такие высказывания, как “2+2=5” или “На обратной стороне Луны нет кратеров”, тогда как высказывания “2+2=4” и “На обратной стороне Луны имеются кратеры” в класс *w* не попадут. При образовании класса *w* возникает новый специфический элемент *e* в качестве высказывания, выражающего свойство *p* элементов *x*, т.е. *e* представляет собой высказывание “Высказывание, которое не является истинным”. Высказывание *e* принадлежит *x*, поскольку является одним из высказываний наряду с теми, которые были упомянуты выше. Но когда мы пытаемся ответить на вопрос, принадлежит ли элемент *e* классу *w*, мы впадаем в противоречие, а именно, высказывание “Высказывание, которое не является истинным” не является истинным (т.е. принадлежит *w*) только в том случае, когда оно верно говорит о себе, что оно не является истинным, т.е. является истинным (а значит, не принадлежит *w*).

Парадокс Лжеца у Ф. Рамсея

Ф. Рамсей предложил классифицировать рассмотренные Расселом парадоксы на две группы *A* и *B*, утверждая при этом, что парадоксы из разных групп не могут расцениваться как подобные (Рамсей 2011). Рамсей настаивал на том, что парадоксы группы *A* возникают на основании проблематичности определенных понятий логики и математики, тогда как парадоксы группы *B* возникают на основании проблем не с понятиями, а, скорее, со способами их именования. При введении данной классификации сам Рамсей ссылался на Д. Пеано, который, в частности, утверждал, что парадокс Ришара хоть и формулируется через обращение к предметной области математики, тем не менее имеет не математическую, а лингвистическую природу (Peano 1906, 157).

В соответствии с рамсеевой классификацией парадокс Лжеца попадает в группу *B* и оказывается принципиально отличным от рассмотренного выше парадокса Рассела, который попадает в группу *A*. По мысли Рамсея, в парадоксе Рассела проблемы возникают с математическим понятием множества и логическим понятием класса, а парадокс Лжеца возникает на основании проблем, связанных с функционированием языка, т.е. с противоречивым характером некоторых высказываний.

Классификация Ф. Рамсея стала хрестоматийной для логики XX века. Однако в логической литературе последних десятилетий данная позиция подвергается критике. Так, австралийский логик Г. Прист настаивает на том, что прав был все-таки Рассел, представляя все парадоксы как подобные, а Рамсей, соответственно, ошибался (Priest 1994, 25).

Рамсееву классификацию можно было бы попытаться защитить за счет различения таких понятий как структура парадоксов и природа парадоксов. Можно сказать, что представленные в исследованиях Рассела и Рамсея парадоксы сходны по своей структуре, и в этом смысле прав Рассел. Но вместе с тем, данные парадоксы можно классифицировать как различные по их природе, одни из них возникают на основании некоторых проблем с понятиями мышления (логического и математического мышления), тогда как другие на основании проблем со способами именования понятий, т.е. с языком, и в этом смысле прав оказывается Рамсей.

Однако даже с учетом этой поправки на различение структуры и природы парадоксов рамсеева классификация все равно испытывает трудности в своем обосновании. Дело в том, что некоторые из рассмотренных Расселом и Рамсеем противоречивых рассуждений представляют собой своего рода "пограничные парадоксы", которые могут быть сформулированы и как относящиеся к понятиям мышления, и как относящиеся к средствам языкового выражения понятий, т.е. могут быть представлены и как чисто логические, и как семантические (лингвистические) парадоксы. В область этих "пограничных парадоксов" в первую очередь попадает как раз парадокс Лжеца.

Лжец как логический и как семантический парадокс

Для того чтобы яснее показать суть проблемы с парадоксом Лжеца, сначала приведем примеры парадоксов, которые не вызывают сомнений относительно их отнесения либо к чисто логическим, либо к семантическим (лингвистическим) парадоксам.

Так, парадоксы Рассела и Бурали-Форти в указанном выше аспекте вполне ясны. Их однозначно можно отнести к парадоксам, связанным с понятиями логики и математики. В парадоксе Рассела фиксируется проблематичность логического понятия класса или математического понятия множества, если они используются без каких-либо ограничений на способы их построения. В парадоксе Бурали-Форти фиксируется проблематичность математического понятия наибольшего ординала. Конечно, проблематичный класс в парадоксе Рассела выражается в языке при помощи определенной лингвистической конструкции, а именно: “класс всех классов, которые не являются своими собственными элементами”. Однако сам факт использования данного языкового выражения никакой роли для образования парадокса не играет. То же можно сказать и о парадоксе Бурали-Форти.

В свою очередь, можно привести примеры парадоксов, которые имеют чисто лингвистическую природу и также не вызывают сомнений относительно их классификации. Таковым является, например, парадокс Берри. Данный парадокс может быть вписан в рассмотренную выше структуру парадоксов следующим образом. Образуем класс w, состоящий из таких x, которые обладают свойством p, выраженным следующей фразой: “Наименьшее целое число, не именуемое менее, чем десятью словами”. Очевидно, что под x может подразумеваться только один единственный специфический элемент e, а именно, наименьшее целое число, не именуемое менее, чем десятью словами. Однако, когда мы пытаемся ответить на вопрос, попадает ли данный элемент e в класс w, мы приходим к противоречию. С одной стороны, e обладает свойством быть наименьшим целым числом, не именуемым менее, чем десятью словами, а значит, попадает в w, с другой стороны, этот элемент e обозначается при помощи фразы “Наименьшее целое число, не именуемое менее, чем десятью словами”, которая содержит девять слов русского языка, а значит, e не обладает свойством p и, следовательно, не попадает в w. Специфика данного парадокса состоит в том, что при определении элемента e дается указание именно на средства языкового выражения – слова языка. Если из определения элемента e в парадоксе Берри убрать отсылку к словам, то сам парадокс просто невозможно будет сформулировать. Его суть состоит в том, что логическое определение элемента e в своем внешнем языковом выражении представлено с помощью меньшего количества слов, нежели указано в самом этом определении. Таким образом, парадокс Берри является однозначно семантическим (лингвистическим) парадоксом.

Иную ситуацию мы обнаруживаем при рассмотрении парадокса Лжеца. Казалось бы, этот парадокс имеет ярко выраженную лингвистическую природу, поскольку в класс *w* в структуре парадоксов мы в данном случае собираем лингвистические сущности – высказывания. И проблематичный элемент *e* также является одним из высказываний, а именно, высказыванием: "Высказывание, которое не является истинным". Рамсей не сомневается в том, чтобы поместить этот парадокс в группу *B* в своей классификации. Однако достаточно поставить вопрос о том, что есть высказывание, и проблематичность классификации данного парадокса сразу становится явной. Высказывание может быть рассмотрено в качестве лингвистической сущности – определенной языковой конструкции, но также оно может быть интерпретировано и в чисто логическом смысле как форма мысли, а именно, как пропозиция, в которой определенному логическому субъекту приписан соответствующий предикат. Если мы будем трактовать высказывание во втором из указанных смыслов, то в класс *w* в качестве элементов *x* будут попадать не лингвистические, а логические сущности. И специфический элемент *e* также будет представлять собой пропозицию, в которой зафиксировано свойство *p* пропозиций *x*, образующих класс *w*. В такой интерпретации парадокс Лжеца оказывается чисто логическим парадоксом, в котором фиксируются определенные проблемы мышления, а не языка. И в таком случае непонятно, почему мы должны относить данный парадокс в группу *B*, как это предлагал Рамсей.

К подобного рода "пограничным парадоксам" можно отнести не только классический парадокс Лжеца, который был сформулирован еще в античной философии, но и совсем недавний, по сравнению с Лжецом, парадокс Греллинга или гетерологический парадокс в терминологии Г. фон Вригта (Вригт 1986). В статье "Математическая логика, основанная на теории типов" Б. Рассел еще не упоминает этот парадокс, а в более поздней работе Ф. Рамсея "Основания математики" он уже появляется.

Все прилагательные можно разделить на два типа – гетерологические и автологические. Гетерологическим называется такое прилагательное, которое обозначает свойство, не присущее ему самому. Например, слово "сладкое" само не является сладким. Автологическим называется такое прилагательное, которое обозначает свойство, присущее ему самому. Например, слово "русское" само русское.

Поставим вопрос относительно слова "гетерологическе". Это слово является автологическим или гетерологическим? Если оно автологическое, то ему присуще свойство, которое оно выражает, а значит, оно гетерологическое. Если оно гетерологическое, то ему не присуще свойство, которое оно выражает, а значит, оно не является гетерологическим, и как следствие, является автологическим. С какой бы посылки мы ни начинали, получаем противоречие.

Парадокс Греллинга вписывается в приведенную выше структуру парадоксов следующим образом. Образуем класс *w*, состоящий из прилагательных *x*, которым присуще свойство *p* – быть гетерологическим. Однако при формулировке р возникает новый специфический элемент *e* – слово "гетерологическое". Об элементе *e* можно однозначно сказать, что он принадлежит *x*, поскольку *e* – прилагательное. Однако об элементе *e* нельзя однозначно сказать, принадлежит он *w* или не принадлежит.

Прилагательные, которые представляют собой элементы *x* класса *w* в парадоксе Греллинга, можно трактовать как лингвистические сущности, и это, конечно, первое, что приходит на ум в данном случае. При такой интерпретации данный парадокс оказывается семантическим и помещается в группу *B* в рамсеевой классификации. Но прилагательные можно трактовать и иначе. Они могут быть интерпретированы как понятия мышления, в каждом из которых фиксируется какое-либо свойство предметов. Одним из таким понятий оказывается и парадоксальное понятие "гетерологическое" в качестве специфического элемента *e*, относительно которого невозможно без противоречия утверждать, попадает оно в класс *w* или нет. В таком случае парадокс Греллинга становится логическим парадоксом и должен быть перемещен из группы *B* в группу *A* по классификации Рамсея.

Выводы

Сформулированный в античной философии парадокс Лжеца представляет собой уникальную проблему, сложность которой состоит не только в поиске ее решения, но даже в выявлении ее природы, в фиксации причин, ее порождающих. На основании проведенного в статье исследования можно утверждать, что интерпретация Лжеца в качестве семантического парадокса, ставшая ортодоксальной в современной логике, не выглядит вполне обоснованной и должна быть пересмотрена.

Библиография / References

Суровцев, В.А. "О соотношении категорий to lekton в философии стоиков и Sinn всемантической теории Г. Фреге: вопрос об их онтологическом статусе," *ΣΧΟΛΗ* (*Schole*) 10.2, 452–470.

Целищев, В.В. (2014) "Математический платонизм," *ΣΧΟΛΗ* (*Schole*) 8.2, 492–505.

Frege, G. (1980) *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Oxford.

Peano, G. (1906) *Rivisita di Matematica*, No. 8.

Priest, G. (1994) "The Structure of the Paradoxes of Self-Reference," *Mind* 103, 25–34.

Ramsey, F.P. (1990) "The Foundation of Mathematics", D.H. Mellor, ed., *Philosophical Papers*. Cambridge. Перевод: Рамсей, Ф.П. (2011) «Основания математики», В.А. Суровцев, пер. *Философские работы*. Москва, 16–86.

Russell, B. (1956) «Mathematical Logic as Based on the Theory of Types», B. Russell, ed., *Logic and Knowledge. Essays 1901-1950.* London. Перевод: Рассел, Б. (2006) «Математическая логика, основанная на теории типов», В.А. Суровцев, пер. *Логика, онтология, язык*. Томск, 16–62.

Sainsbury, M. (2009) *Paradoxes*. Third edition. Cambridge.

Wright, G. (1960) «The Heterological Paradox», *Societas Scientiarum Fennica*. Helsinki. Перевод: Вригт, Г.Х. фон (1986) «Гетерологический парадокс», Г.И. Рузавин, В.А. Смирнов, ред., *Логико-философские исследования: Избранные труды*, пер. с англ. Г.И. Галантера. Москва, 449–482.

Russian language sources transliterated:

Surovtsev, V.A. (2016) "O sootnoshenii kategorij to lekton v filosofii stoikov i Sinn v semanticheskoj teorii G. Frege: vopros ob ih ontologicheskom statuse [To lekton in Stoic Philosophy and Sinn in G. Frege's Semantic Theory: the question of their relationship: the question of their ontological status]", *ΣΧΟΛΗ* (*Schole*) 10, 452–470.

Tselishchev, V. V. (2014) "Matematicheskij platonism [Platonism in mathematics]," *ΣΧΟΛΗ* (*Schole*) 8.2, 492–505.