ЭПИСТЕМОЛОГИЯ VERSUS ОНТОЛОГИЯ В АНТИЧНОЙ ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ

В. В. Целищев
Новосибирский государственный университет
Институт философии и права СО РАН
leitval@gmail.com

Vitaly Tselishchev
Novosibirsk State University, Institute of Philosophy and Law, Novosibirsk, Russia

Epistemology vs ontology in ancient philosophy of mathematics

Abstract. This article discusses two alternative concepts of the philosophy of mathematics in ancient philosophy, associated with Plato and Aristotle. The dominant theme in Plato ontological understanding of the eternal nature of mathematical objects is rejected by Aristotle in favor of epistemological procedures in the practice of geometric mathematical proof.

Keywords: Plato, Aristotle, mathematical object, mathematical truth, epistemology, ontology.

Одновременное возникновение философии и математики в Древней Греции является феноменом, который до сих пор остается объектом многочисленных объяснений и исследований. Я. Хакинг дал чрезвычайно точную формулировку того, как следует понимать влияние математики на философию. Название одной из его статей «Как математика повлияла на некоторых и только некоторых философов» (Hacking 2000) очень точно соответствует подлинной ситуации во взаимоотношениях математики и философии. В конечном счете, математика повлияла отнюдь не на всех значимых философов, и у значительного большинства их она вообще не играла никакой роли. Но у тех философов, на которых математика оказала влияние, можно найти интересные (естественно, с философской точки зрения) соображения о том, какова математика и какой ей надлежит быть. В определенной степени это касается и основного понятия математики, а именно, понятия доказательства. Уточнение этого понятия за последние несколько десятилетий средствами математической логики, приведшее к возникновению целой дисциплины – теории доказательства – не ослабило интереса к философскому статусу доказательства.

Согласно распространённому взгляду, математический объект существует при наличии соответствующего доказательства. Однако роль доказательства при этом рассматривается различными школами в философии математики поразному. Традиционно считается, что платонизм в философии математики утверждает онтологический аспект проблемы существования математических объектов, отодвигая в сторону эпистемологические аспекты. Пренебрежение последними считается П. Бенацеррафом одним из кардинальных дефектов представления о природе математики в свете сформулированной им ныне широко обсуждаемой дилеммы (Benacerraf 1983): если математика представляет собой исследование объективных идеальных сущностей и если когнитивные способности человека позволяют ему познавать только чувственные объекты, то как он может познавать математические объекты?

Апелляция к познанию чувственных объектов подразумевает совершенно определенную концепцию познания – так называемую причинную теорию познания. Можно возразить, что это не единственная теория, и тогда дилемма теряет смысл. Однако можно переформулировать дилемму таким образом, что она не будет опираться на специфическую теорию познания. Дилемма ставит перед нами выбор: либо отрицать, что математика говорит о числах, либо предполагать некоторые неестественные способности человека в отношении сбора информации. Поскольку обе возможности не выглядят привлекательными, предпринимались различные попытки разрешить дилемму. Многие исследователи соглашаются в том, что при решении эпистемологических вопросов приходится решать и главный онтологический вопрос о существовании математических сущностей, и решать его надо так, чтобы не нужно было жертвовать стандартной математикой, как это происходит при традиционном номиналистическом подходе. Но как нам кажется, эпистемологический вызов философии математики, инициированный П. Бенацеррафом, принят в качестве того, что можно назвать локальной парадигмой этой области философии.

Превосходно «эпистемологический поворот» в философии математики выразил У. Харт (Hart 1977, 119):

> «Во время заката чувственных данных и аналитичности эпистемология как будто потеряла гордое место центра посткритической философии и, вероятно, современной философии вообще. С подъемом семантики и возрождением онтологии эпистемология как будто закатилась. Фреге ниспровергнут, и почти все чувствуют, что древность более уместна, чем современность. Но даже если эпистемология заслуживает пару пинков, тем не менее, она остается полноправным гражданином философской республики. Причины этого очевидны. Некоторые из самых глубоких проблем философии состоят из примирения естественных, но несовместимых эпистемологий и онтологий. Например, не случайно, что есть проблемы других умов и проблема соотношения ума и тела. Но нигде такой конфликт не является более древним, чем в философии математики. Для сочувствующего читателя *Менона* или *Пира* или же середины *Государства* должно быть ясно, как Платон героически сражается в поисках правдоподобной эпистемологии для теории форм. Платонизм кажется ясным, когда вы думаете о математической истине, но невозможным, когда вы думаете о математическом познании. И конечно, эпистемология не умерла в нашем веке; она просто изменилась. Причинность, холизм, и натурализация вытеснили чувственные данные и аналитичность. Так что надо приветствовать перефор-

мулировку основных положений эпистемологии математики. Интеллектуальным долгом является не только прогресс в области математической логики, но и прогресс в эпистемологии математики».

Эпистемологизация математики может рассматриваться в первую очередь как реакция на философски затруднительную позицию платонизма. Но традиционно платонизм считался спорным онтологически, то есть, как доктрина о существовании вне и независимо от разума объектов, обитающих в сфере идеального. Эпистемологическое возражение против платонизма, сформулированное четко Бенацеррафом, делает упор на невозможности эпистемологического доступа к такого рода объектам. Другими словами, если мы признаем математическое знание истинным, и его объекты существующими, тогда непонятно, как мы получаем это знание, не имея ни чувственного контакта с этими объектами. В такого рода аргументации, конечно, важно, что собственно имеется в виду под познанием объектов.

Однако тенденция к эпистемологизации в философии математики прослеживается уже в античной философии. Действительно, ныне классические взгляды относительно природы математического доказательства отчетливо выражены уже Платоном и Аристотелем. Начиная с Аристотеля, доказательство рассматривалось (как и общая концепции знания) в рамках генетической модели. Согласно этой модели, мы знаем вещь наилучшим образом, когда знаем ее посредством ее «причины». Как известно, Аристотель различал четыре вида причины, из которых к математике имела отношение т. н формальная причина. В математике эта причина зиждилась в определениях и принципах конструирования вещи, или математического объекта. Примером такого понимания причины являются три первых постулатов Евклида, имеющие дело с конструированием объекта, например, постулат 3. *Из всякого центра и всяким радиусом можно описать окружность.* А доказательство некоторой теоремы об объекте представляет способ конструирования этого объекта как чего-то такого, что имеет свойства, которые приписываются ему теоремой.

Этот взгляд противостоит взглядам Платона на природу математических объектов и математического доказательства. Б. Рассел (2003, 200) так характеризует истоки взглядов Платона на математическое знание:

«Большинство наших современников считает не требующим доказательства, что эмпирическое знание зависит или выводится из восприятия. Однако у Платона и у философов некоторых других школ имеется совершенно иная теория, а именно – что получается через органы чувств, недостойно называться “знанием”, и единственно реальное знание должно иметь дело только с понятиями. Согласно этому взгляду, “2 + 2 = 4” есть подлинное знание, но такое утверждение как “снег белый”, настолько полно неоднозначности и неопределенности, что оно не может найти места в собрании философских истин.

Действительно, Платон полагал, что для того, чтобы объект был познаваем, он должен быть вечным и неподвижным. Знание для Платона представляло размышление над сущностью, а не над тем, что подвержено возникновению и уничтожению. Часто считается, что классическая философия оправдывала или обосновывала математическую практику, заимствуя из нее инспирацию для своих суждений о природе знания. Так что вполне понято недовольство Платоном математической практикой своего времени. Если геометрия есть знание, тогда геометрия

> «…это наука, которой занимаются ради познания вечного бытия, а не того, что возникает и гибнет… Геометрия – это познание вечного бытия… Они (геометры) выражаются как-то забавно и принужденно. Словно они заняты практическим делом и имеют в виду интересы этого дела, они употребляют выражения "построим" четырехугольник, "проведем" линию, "произведем наложение" и так далее: все это так и сыплется из их уст. А между тем все это наука, которой занимаются ради познания» (Платон, *Государство* 526d–527a, пер. А. Н. Егунова).

Тогда геометрическое знание есть в лучшем случае представление реальных объектов. Прокл пытается примирить эти странные с точки зрения математической практики взгляды с этой самой математической практикой:

> «Среди вечных объектов нет становления. Поэтому тут не может быть проблемы привнесения бытия или создания чего-то ранее не существовавшего – например, конструирование равноугольного треугольника, или же построение квадрата по заданному отрезку или же проведение прямой через заданную точку. Таким образом, лучше сказать, что все эти объекты существуют, и что мы рассматриваем наши конструкции не в качестве создания этих объектов, но как понимание их, рассмотрение вечных вещей, как если бы они были в процессе возникновения» (цит. по Detlefsen 2005, 243).

Причинности нет места в мире математических объектов, и коль скоро причинность лежит в основе научного взгляда на мир, математика тем самым выводилась за пределы науки. Научное видение мира состоит в знании причин, но предполагает ли этот взгляд то же самое понимание «причины», что имел Аристотель? Имея в виду феномен несоизмеримости понятий, особенно в версии П. Фейерабенда, нетрудно предположить, что в разные эпохи перевод греческого термина *atitia* может быть различным. Как утверждает П. Манкозу, обычно этот термин переводился как *causa*, причина, но поскольку со времени Д. Юма термин «*причина*» имеет совсем другой характер, часто употребляется термин «*объяснение*» (Mancosu 1996, 11). Этот термин вполне уместен при рассмотрении двух важнейших вопросов. Прежде всего, подпадает ли математика под аристотелевскую концепцию науки или же выпадает из нее? Далее, известно, что сам Аристотель придавал большое значение поиску адекватных, если можно выразиться на современный манер, логических средств научного дискурса. Поэтому, проблема соотношения математики и эмпирического знания приводит ко второму вопросу: если определенность математики не может быть оправдана логической структурой, то какие еще основания могут быть даны для математики?

Обоснование научного знания, по Аристотелю, состоит в доказательстве. Здесь термин «доказательство» понимается в расширительном смысле, сильно отличающимся от современного понимания этого термина в формальной логике. Если в современном понимании переход от посылок к заключению является формальным, то у Аристотеля требуется некоторая дополнительная связь посылок и заключения: посылки и заключение должны находиться в «правильном» соотношении. Аристотель здесь противопоставляет «логический вывод», свойственный чистой логике, «научному выводу». Вот что он сам говорит по этому поводу:

> «Здесь же скажем, что имеем знание и посредством доказательства. Под доказательством же я разумею научный силлогизм. А под научным я разумею такой силлогизм, посредством которого мы знаем благодаря тому, что мы имеем этот силлогизм. Поэтому, если знание таково, как мы установили, то и доказывающее знание необходимо исходит из истинных, первых, неопосредствованных, более известных и предшествующих посылок, то есть, из причин заключения» (Аристотель, *Вторая аналитика* 71b17–23, пер. Б. А. Фохта).

Ясно, что научное знание подразумевает нечто иное, чем простое сохранение истины при переходе от посылок к заключению. Такое понимание природы логического следования, при котором должна быть какая-то смысловая связь между содержанием посылок и заключения, до сих пор является предметом дискуссий (Целищев 2004). Но что при этом имел в виду сам Стагирит?

П. Манкозу (Mancosu 1996, 11) предлагает следующую интерпретацию Аристотеля. Рассмотрим научный факт, что планеты находятся близко от Земли. Этот факт устанавливается доказательством, которое должно быть более сильным по своей природе, чем логическое доказательство. Большая сила тогда выражается в том, что правильный вывод научного факта включает в себя нечто такое, что недоступно правильному логическому выводу. Другими словами, должны существовать такие правильные выводы, которые, несмотря на свою правильность, не представляют собой вывод научного факта.

Различие подобного рода, если оно вообще существует, должно обосновываться глубинными эпистемологическими соображениями. В качестве таких соображений у Аристотеля выступает существование двух типов доказательства, или же демонстрации, – *tou hoti* и *tou dioti*. Эти два типа доказательства представляют демонстрацию факта и демонстрацию помысленного факта соответственно. Различие между ними объясняется Аристотелем в терминах соотношения причины и следствия. Демонстрация факта есть переход от следствий к причинам, а демонстрация помысленного факта – переход от причин к следствию. Поскольку наука исследует причины явлений, переход от причины к следствию представляется более основательным для демонстрации научного факта.

П. Манкозу приводит иллюстрацию нескольких силлогизмов, из которой следует, что есть такие правильные (логические) выводы, которые, тем не менее, не дают научного вывода. Итак, доказательство предполагаемого научного факта предстает в виде силлогизма:

Планеты не мерцают
То, что не мерцает, близко к Земле
// Планеты находятся близко к Земле

Но то обстоятельство, что планеты находятся близко к Земле, не есть следствие того, что планеты не мерцают. Скорее наоборот, планеты не мерцают, в отличие от далеких звезд, именно потому, что планеты находятся близко от Земли. Поэтому демонстрация научного факта должна быть представлена слегка измененным силлогизмом:

То, что близко к Земле, не мерцает
Планеты близко к Земле
// Планеты не мерцают

Различие этих двух силлогизмов состоит в замене мест большего и меньшего терминов. Превосходство в объяснительной силе второго силлогизма интуитивно понятно, но требуется также обоснование этого превосходства и в технических терминах. Второй тип силлогизма выше первого, потому что действие (мерцание) предицируется субъекту (планета) через средний термин (быть близко к Земле), который и есть непосредственная причина следствия.

Но очевидно, что в математическом мышлении отсутствует ключевое аристотелевское понятие причины, что привело к долговременным дискуссиям в средневековой философии о соотношении математики и наук. Непререкаемый авторитет Аристотеля заставлял искать понимание природы математики в узком круге схоластических представлений. В этом отношении характерен пассаж Б. Рассела (2003, 163):

> «…(авторитет Аристотеля) стал серьезным препятствием для прогресса как в области науки, так и в области философии. С начала XVII века почти каждый серьезный шаг в интеллектуальном прогрессе должен был начинаться с нападок на какую-либо аристотелевскую доктрину; в области логики это верно и в настоящее время».

Не вдаваясь в детали, можно утверждать, что доказательство в математике весьма отлично от того, что понималось под ним схоластами, которые мыслили в рамках аристотелизма. Один из возможных источников расхождений в этом отношении состоял в том, что логика Аристотеля имела дело только с одноместными предикатами, в то время как математика нуждалась в отношениях. На это обстоятельство в свое время и указывал Б. Рассел, полагавший, что подлинная строгость математических доказательств была достигнута только с появлением работ Г. Фреге (Russell 1959). Другой источник расхождений был отчетливо осознан с критикой понятия причинности, особенно Д. Юмом, который четко описал природу категории причинности, переставшую после этого играть сколько-нибудь значительную роль в дискуссиях и природе математики.

Однако исключение причинности из дискуссий о природе математики стало возможным не столько благодаря философам, сколько тем математическим рассмотрениям, которые говорили в пользу «автономии» математики. Это демонстрируется дискуссией о статусе доказательства от противного и его связи с прямым доказательством. Как известно, в математической практике обычной ситуацией является доказательство утверждения A из утверждения B, а в другом контексте – доказательство утверждения B из утверждения A. Так называемые обратные теоремы часто встречаются уже у Евклида. Но в этом случае затруднительно провозгласить какое-либо утверждение причиной, а то, что из него следует – следствием этой причины. Из этого обстоятельства можно сделать разные выводы. Те, кто настаивал на важности понятия причины в математическом доказательстве, отказывали доказательству от противного в статусе допустимого доказательства. Учитывая важность таких доказательств в математической практике, можно было бы ранжировать математические теоремы по степени «научности»: результаты, использующие только прямые доказательства, более «научны», чем результаты, использующие доказательства от противного. Любопытно, что похожая дискриминация важнейших математических результатов была осуществлена по сходным мотивам уже в XX веке интуиционистами, которые отказались принять закон исключенного третьего, служащего основой доказательства от противного.

Безусловно, верховным судьей в вопросе о том, считать ли тот или иной тип доказательства допустимым, является математическая практика. Внешняя философская критика интересна и важна, но тем не менее, является «посторонней». Другое дело, когда в математическом сообществе возникает схизма по поводу допустимости той или иной формы доказательства. В этих случаях сами математики охотно прибегают к философским основаниям математических методов мышления. Такие схизмы неоднократно случались в истории математики, и споры сторон часто обретали хорошо очерченный философский характер. Например, один из последних споров такого рода (который продолжается и поныне) связан с допустимостью доказательства теорем с помощью компьютеров (Swart 1980). Важным тут является вопрос о том, стоит ли привлекать философию для решения тех проблем, которые являются прерогативой собственно математики? Ясно, что в настоящее время уже никто не верит в декартовские «первые принципы», которые лежат в основании любого дискурса. С другой стороны, математическое доказательство представляет собой аргумент, призванный убедить читателя или собеседника, и как таковой, он есть одна из форм рассуждений, которые связаны с огромным числом общих представлений о природе мира и мышления, в том числе и в первую очередь, философских представлений.

Более важным обстоятельством в отказе от «участия» понятия причины в математике является убеждение, что геометрическое доказательство есть пример аргументации, не свойственной эмпирическим исследованиям. Это ныне почти тривиальное обстоятельство обусловлено в значительной степени историческими причинами. Первым по настоящему важным экскурсом в природу доказательства является диалог *Менон*, где Сократ демонстрирует этот метод мышления. Геометрия у Платона в ранних диалогах, которые считаются наиболее сократическими, несмотря на знаменитую фразу о недопущении в Академию не знающих геометрии, занимает подчиненное место по сравнению с этикой. Понятие добродетели у Платона напрямую связано с приобретением знания. Знание приобретается через воспоминание о том, что человек знал в своем прежнем существовании. Знание геометрических фактов получается путем чистого размышления над такими фактами, которые сродни фактам этическим, не требующим для своего осмысления эмпирических процедур.

Метод приобретения знания путем вопросов и ответов, диалектика, используемый платоновским Сократом, не пригоден для эмпирических исследований. Уже здесь заложено различие природы математического знания и природы эмпирического знания. Важность диалектики в Древней Греции хорошо иллюстрируется С. Фуллером:

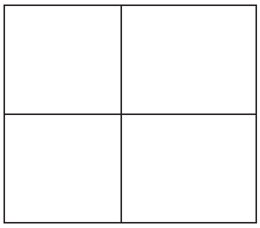
> «Афиняне были одержимы в своей страсти к демонстрации диалектической сноровки, упражняясь в ней друг перед другом и перед проезжими чужеземцами. Они постоянно подвергали риску свою честь, позволяя себе доказывать самые абсурдные вещи наименьшим числом шагов и самым утонченным образом. Этот вкус к риску в аргументации перешел во все более капризную внешнюю политику, проявлявшуюся в военных и внешнеполитических решениях, которые неизбежно вели к падению Афин, описанного в истории Пелопонесской войны Фукидида. Наблюдая за этим несчастным ходом событий, Платон заключил, что главным виновником всего этого были софисты, иностранцы, зарабатывающие себе на жизнь тем, что учили афинян диалектической сноровке, особенно тому, как сделать слабый аргумент более сильным» (Fuller 2000, 44–45).

Несмотря на радикальную оценку деятельности софистов, сам Платон придавал диалектике исключительное значение. Но, как свидетельствует Рассел (2003, 135):

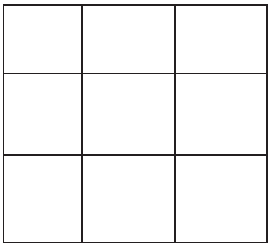
> «…диалектический метод годится для одних вопросов и не годится для других. Вероятно, этот метод определял характер исследований Платона, которые большей частью были таковыми, что с ними можно было обращаться именно таким образом. В результате влияния Платона почти вся последующая философия была связана с ограничениями, вытекавшими из его метода. Некоторые вопросы явно не годятся, чтобы с ними обращались таким образом, например, эмпирическая наука…Сократ в произведениях Платона всегда претендует на то, что он лишь выявляет знание, которым уже обладает человек, подвергаемый испытанию. На этом основании он сравнивает себя с акушеркой…»

Действительно, в диалоге *Менон* 82b–85b Сократ демонстрирует диалектический метод, ведя разговор с юношей-рабом, вынуждая того «вспоминать» то, чего он по нынешним эпистемологическим стандартам знать не мог. То обстоятельство, что Платон этим примером хотел подтвердить свою теорию бессмертия души и говорил о «припоминании виденного в потусторонней жизни», здесь не существенно. Важно то, что при этом раскрывается суть того, что собственно представляет собой математическое доказательство. Прежде всего, собеседнику при диалектической беседе не подсказываются никакие сведения эмпирического толка, и таким образом, догадки юноши обладают характеристикой, которая впоследствии позволит назвать такое знание априорным.

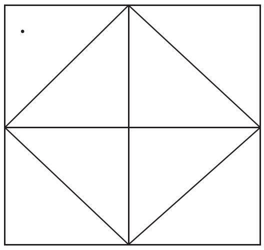
Речь в диалоге идет о конструировании квадрата, чья площадь будет вдвое превышать площадь заданного квадрата путем увеличения стороны последнего. Юноше не сообщаются сведения эмпирического характера, которые могли бы пролить свет на решение задачи, и поэтому он делает ошибочные догадки. Рассмотрим ход решения этой задачи, как он представлен у Платона.



Итак, задан некий квадрат и нужно удвоить его площадь. Сперва в ход идет первая догадка – увеличить сторону квадрата вдвое. Ясно, что при этом площадь получаемого квадрата превосходит площадь исходного квадрата в четыре раза.



Вторая догадка состоит в том, чтобы увеличить сторону исходного квадрата в полтора раза. Если разделить исходный квадрат на четыре равные части и построить квадрат как на рисунке слева, то ясно, что площадь этого квадрата составит девять четвертей исходного квадрата, тогда как должна, чтобы задача была решена, составлять восемь четвертей. «Вот и не получился у нас из трехфутовых сторон восьмифутовый квадрат», – заключает Сократ (83e, пер. С. А. Ошерова).



После двух этих попыток собеседники приходят к подлинному решению, которое состоит в том, чтобы построить квадрат на диагонали исходного квадрата. Из рисунка видно, что площадь полученного квадрата действительно в четыре раза больше площади исходного квадрата.

Юноша-раб находит этот аргумент убедительным, и что более важно, этот аргумент признают таковым и все присутствующие при этом.

В чем состоит убедительность аргумента Сократа? Дело в том, что ход самого доказательства позволяет принять результат. Другими словами, свидетельством в пользу заключения является умственное построение, не отягощенное эмпирическими процедурами. Я. Хакинг полагает, что именно постижение доказательства является причиной того, что аргумент становится убедительным. Он приводит в качестве примера вымышленный диалог, в котором нет такого постижения.

Сократ: Сколько лет назад Перикл произнес свою знаменитую речь на похоронах?
Юноша: Думаю, что сто лет назад.
Сократ: Нет, серьезно, сколько лет?
Юноша: Сорок?
Сократ: Подумай лучше. Разве твоя мать не рассказывала тебе об этой речи?
Юноша: Часто рассказывала. Она присутствовала при этом, против всех правил, со своей хозяйкой, несмотря на то, что была еще ребенком.
Сократ: И сколько же ей было тогда лет?
Юноша: Десять.
Сократ: А тебе сколько сейчас?
Юноша: О, я уже мужчина, мне 15 лет.
Сократ: Ты самый старший из сыновей твоей матери?
Юноша: Да, но у меня есть старшая сестра.
Сократ: Была ли твоя мать пожилой, когда родила тебя?
Юноша: Нет, ей было 20 лет, так она говорила мне.
Сократ: Так сколько же лет назад Перикл произнес речь?
Юноша: Я вижу, куда ты клонишь. Она слушала его речь за десять лет до моего рождения. Так что Перикл произнес свою знаменитую речь ровно 25 лет тому назад (Hacking 2000, 92–93).

В этой вымышленной беседе юноша узнает, когда состоялась беседа, но не то, почему она была двадцать пять назад. Его знание имеет эмпирическую природу, будучи зависимым от фактов: так, мать юноши могла солгать ему о своем возрасте во время его рождения. Следовательно, знание юноши не является априорным. Между тем, по форме своей вымышленная беседа Сократа с юношей вполне адекватна для извлечения знания с помощью диалектического метода. Подлинная беседа отличается тем, что в ней доказывается специальный случай теоремы Пифагора. Таким образом, суть подлинного диалога состоит в демонстрации не теории неявного знания, а в понимании природы математического доказательства.

Доказательству можно следовать двояко. С одной стороны, мы можем строго следить за переходом от одного утверждения к другому, полагая этот переход вполне законным по некоторым критериям. Если посылки аргумента истинны, истинной будет и сама теорема. С другой стороны, мы должны понять не только то, что теорема истинна, но и то, почему она истинна. Это означает, что ход доказательства теоремы должен быть предметом обозрения, иногда неоднократного, и как раз такое возвращение является существенной частью постижения доказательства.

Доказательство само по себе не зависит от фактов реального мира, что и давало основания Платону говорить о воспоминаниях души. В самом деле, в *Меноне* речь идет о задаче удвоения площади квадрата. Перед глазами мы имеем нарисованный квадрат. Попытки «нарастить» его стороны не проходят. И решением является квадрат, построенный на диагонали исходного квадрата. При этом новый квадрат развернут на 45 градусов по отношению к исходному. Если это обстоятельство представляет некоторые неудобства, легко понять, что мы можем повторить тот же аргумент с новым квадратом, стороны которого параллельны соответствующим сторонам исходного квадрата. То же относится к размеру квадрата, углам и прочему. Эмпирические погрешности рисунков не имеют значения, поскольку мы имеем дело с абстрактным размышлением. Мы знаем, что новый квадрат будет ответом на вопрос, не прибегая при этом к измерению площадей обоих квадратов. Но в идее доказательства содержится не просто то обстоятельство, что знание является априорным. Даже если мы произвели измерение площадей обоих квадратов и обнаружили, что их соотношение не удовлетворяет отношению 2 : 1, мы готовы утверждать, что измерения произведены неверно, либо рисунок неточен. Соотношение должно быть именно 2 : 1 с необходимостью, которая присуща математическим утверждениям.

Однако математика не могла быть, как уже указывалось выше, просто продуктом диалектического дискурса. То, что было приемлемо для философских разговоров, не годилось для математики. Это обстоятельство превосходно иллюстрируется следующим пассажем Р. Нетца:

> «Развитие строгой аргументации в философии и математике должно рассматриваться на фоне риторики с ее собственным понятием доказательства. Явным недостатком риторики являлось то, что она претендовала на неопровержимость, потому что доказательство выходит за пределы просто убедительности. Строгие аргументы философии и математики, понятые как часть большей структуры, состоящие, среди прочего, из риторики, приобретают значение, отличное от того, что они имеют в изоляции. Они не только "неотразимые" аргументы как таковые. Они также "более неотразимы" по сравнению с другими аргументами, например, риторическими. Различные виды аргументов таким образом образуют структуру. В рамках греческой культуры, с ее упором на публичные дебаты, эта структура имеет специальное значение …Аргументы Парменида определённо строги в этом смысле. Но являются ли они неопровержимыми? В этом смысле они противоречивы на самом деле, и это обстоятельство является главным… Противоречивая, полемическая природа философии показывает в ней отсутствие неопровержимости. Но такого нет в математике… которая не позволяет такого рода полемического обмена мнениями» (Netz 1999, 309–310).

И в этом отношении Аристотель более чувствителен к математической практике, один из аспектов которой состоял в развертывании цепи аргументов при доказательстве, что с философской точки зрения относилось к эпистемологии, а не к онтологии вечных объектов Платона. Ясно, что как Платон, так и Аристотель, и более поздние комментаторы, при обсуждении природы математики, и в частности, понятия доказательства, были не менее вовлечены в обсуждение эпистемологических проблем, чем онтологических, о природе собственно математических объектов. Больше того, порождение новых объектов математики в существенной степени определялось эпистемологическими соображениями. Именно так можно интерпретировать идею Платона о «узреваемых формах» (диаграммах), которые являются в определенной мере уступкой «вечным формам». Диаграмма в геометрических рассуждениях делается для помощи в размышлении о вечных математических объектах. Так что «…концепция геометрической практики …говорит о том, что математическая точность есть существенный эпистемический путь к новой области объектов» (Burnyeat 2000, 29).

Это означает, что Платон, признавая эпистемический элемент в геометрических построениях, все-таки настаивает на перевод их в онтологический ракурс, привлекая понятие «узреваемых» форм. Это пример выведения Платоном математики за пределы собственно эмпирической науки путем пренебрежения эпистемологической точки зрения в познании «математической реальности»:

> «…в то время как Платон и платоническая традиция хотели в идеальном случае изгнать из математического мышления любой словарь, который предполагал бы активность хоть какого-то рода, Аристотель был влиятельным представителем противоположного взгляда, согласно которому актуализация потенциального была сущностью математического доказательства» (Lloyd 2012, 1028).

Для Платона математическая задача разрешается «видением» или «размышлением» над статическим объектом. В случае геометрии таковым часто является диаграмма или чертеж, который и обретает у Платона статус узреваемой формы. Но для Аристотеля математическое размышление делается посредством конструкций, которые использует математик. Хотя эти конструкции не изменяют абстрактные сущности Платона, они актуализируют то, что есть потенциально, в ходе выполнения конструкции. То есть, математическая задача специфицируется через последовательность аргументов, которые и следует рассматривать как эпистемологический аспект в познании объектов математики.

Библиография

Рассел, Б. (2003) *История западной философии*. Новосибирск, Сибирское университетское издательство.

Целищев, В. В. (2004) *Нормативность дедуктивного дискурса: феноменология логических констант*. Новосибирск, Нонпарель.

Benacerraf, P. (1983) “Mathematical Truth,” P. Benacerrraf & H. Putnam, eds. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press: 403–420.

Burnyeat, V. F. “Plato on Why Mathematics is Good for the Soul,” T. Smiley, ed. *Mathematics and Necessity*. Oxford University Press.

Detlefsen, M. (2005) “Formalism,” S. Shapiro, ed. *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic.* Oxford University Press.

Fuller, S. (2000) *Thomas Kuhn: A Philosophical History for Our Times*. Chicago University Press.

Hacking, I. (2000) “What Mathematics Has Done to Some and Only Some Philosophers,” T. Smiley, ed. *Mathematics and Necessity*. Oxford University Press.

Hart, W. D. (1977) "Review of Steiner's Mathematical Knowledge," *Journal of Philosophy* 74.2, 118–129.

Lloyd G. E. R. (2012) "Mathematics and Narrative: An Aristotelian Perspective," A. Doxiadis & B. Mazur, eds. *Circles Disturbed: Interplay of Mathematics and Narrative*. Princeton University Press: 1005–1049.

Mancosu, P. (1996) *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. Oxford University Press.

Netz, R. (1999) *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics: A Study in Cognitive History*. Cambridge University Press.

Russell, B. (1959) *My Philosophical Development*. London.

Swart, E. R. (1980) "The Philosophical Implication of the Four-Colour Theorem," *American Mathematical Monthly* 87, 697–707.