Вопросы к экзамену: зима 2004 г.

1. Общие понятия конструктивного объекта и конструктивного пространства. Примеры конструктивных пространств. Общее определение вычислимой функции. Предмет теории алгоритмов.

2. Детерминированный конечный автомат. Функция p_M. Язык, распознаваемый детерминированным конечным автоматом. (Определения.)

3. Бинарные отношения, их свойства. Отношение эквивалентности. Теорема о разбиении на классы эквивалентности. Классы эквивалентности, фактор-множество.

4. Отношения $\sim_M$ и $\sim_L$. Число $o(L)$. Теорема Майхила-Нероуда (вместе с леммой 1).

5. Недетерминированный конечный автомат. Функция P_M. Язык, распознаваемый недетерминированным конечным автоматом. (Определения.)

6. Свойства функции P_M (лемма 2 и следствие 1).

7. Теорема о равенстве классов языков, распознаваемых детерминированными и недетерминированными конечными автоматами.

8. Операции над языками. Определение класса регулярных языков. Регулярные выражения.

9. Теорема о равенстве класса регулярных языков и класса языков, распознаваемых конечными автоматами.

10. Замкнутость класса регулярных языков относительно операций.

11. Теорема о накачке. Примеры нерегулярных языков.

12. Машина Тьюринга: описание машины, конфигурации, программы. Функции Step и Com. Определение вычислимости на машине Тьюринга. Тезис Тьюринга.

13. Примитивно рекурсивные функции. Примитивная рекурсивность функций $x + y$, $x \cdot y$, $x \dot{-} y$, $\mathrm{sg}(x)$.

14. Примитивно рекурсивные предикаты. Свойства примитивно рекурсивных предикатов (предложение 4 и следствие 3).

15. Ограниченная минимизация. Примитивная рекурсивность функций $\mathrm{div}(x, y)$, $\mathrm{rest}(x, y)$, $\log(x, y)$, $p(x)$ и предиката $P(x)$.

16. Функция $c(x, y)$ и обратные к ней функции. Свойства этих функций.

17. Частично рекурсивные и рекурсивные функции (определения). Тезис Черча.

18. Машина Шенфилда. Описание машины, понятие макрокоманды. Теорема об элиминации макрокоманд.

19. Вычислимость частично рекурсивных функций на машине Шенфилда.

20. Вычислимость на машине Тьюринга функций, вычислимых на машине Шенфилда.

21. Кодировки конфигураций и программ машины Тьюринга.

22. Функции Step_i, $i = 1, 2, 3$. Примитивная рекурсивность этих функций.

23. Функции Com_i, $i = 1, 2, 3$. Примитивная рекурсивность этих функций.

24. Частичная рекурсивность функций, вычислимых на машине Тьюринга.

25. Нумерации. Понятия разнозначной нумерации и разрешимой нумерации. Эквивалентность нумераций. Существование для каждой разрешимой нумерации бесконечного множества эквивалентной ей разнозначной. Примеры нумераций.

26. Понятие геделевской нумерации. Свойства геделевских нумераций (предложение 10).

27. Понятие изоморфизма конструктивных пространств. Свойства изоморфизма (предложение 11). Изоморфность бесконечных конструктивных пространств (предложение 12).

28. Понятие универсальной функции. Существование и несуществование универсальных функций для различных классов (теорема 10 вместе с предложением 13).

29. $s - m - n$ теорема и теорема о неподвижной точке. Примеры применения теоремы о неподвижной точке.

30. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Теорема Поста.

31. Замкнутость классов рекурсивных и рекурсивно перечислимых множеств относительно теоретико-множественных операций. Пример рекурсивно перечислимого не рекурсивного множества.

32. Понятие m-сводимости. m-степени. m-сводимость рекурсивных и рекурсивно перечислимых множеств (предложение 15).

33. Множества K, K_1 и K_2; их m-эквивалентность. Проблема остановки.

34. Пример не рекурсивно перечислимого множества с не рекурсивно перечислимым дополнением.

35. Вычислимость примитивно рекурсивных функций за примитивно рекурсивное время.

36. Функция Аккермана. Ее основные свойства. Функция B.

37. Ограниченность скорости роста примитивно рекурсивных функций уровнями функции B. Пример рекурсивной не примитивно рекурсивной функции (следствие 7).

38. Классы $\mathcal{P}$ и $\mathcal{EXP}$. Задачи распознавания языков; примеры задач распознавания. Определения класса $\mathcal{NP}$. Отношения между классами $\mathcal{P}$, $\mathcal{EXP}$ и $\mathcal{NP}$. Понятие об $\mathcal{NP}$-полных задачах.