Вопросы для подготовки к экзамену

1. Бинарные отношения, свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности. Теореме о разбиении на классы эквивалентности.

2. Определение детерминированного конечного автомата (ДКА). Функция $p_M(q, w)$. Распознавание слов ДКА. Придумать ДКА, распознающий язык $\{w \in \{a, b\}^* :$ слово w начинается на ab и заканчивается на $ba\}$.

3. Отношение L-эквивалентности для языка L. Определение числа $o(L)$. Теорема Майхила-Нероуда.

4. Алгоритм минимизации детерминированного конечного автомата (с обоснованием).

5. Недетерминированные конечные автоматы: определение автомата, функции $P_M(q, w)$, распознаваемости слов и языков.

6. Теорема о равенстве класса языков, распознаваемых недетерминированными конечными автоматами, и класса языков, распознаваемых детерминированными конечными автоматами.

7. Определение регулярного языка. Регулярные выражения. Привести пример трёх слов, принадлежащих языку, задаваемому регулярным выражением $\big(a(ab \cup ba)\big)^*$, и трёх слов, не принадлежащих этому языку.

8. Теорема о равенстве класса регулярных языков и класса языков, распознаваемых конечными автоматами.

9. Теорема о накачке для регулярных языков. Доказать, что язык $\{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ не регулярен.

10. Контекстно-свободные грамматики и контекстно-свободные языки: определения. Задать грамматику, порождающую язык $\{(ab)^n bba^{n+2} : n \in \mathbb{N}\}$.

11. Замкнутость класса контекстно-свободных языков относительно объединения, конкатенации, звёздочки Клини и пересечения с регулярными языками.

12. Теорема о накачке для контекстно-свободных языков. Доказать, что язык $\{a^{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$ не является контекстно-свободным.

13. Определение магазинного автомата. Задать магазинный автомат, распознающий язык $\{a^n b^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$.

14. Теорема о равенстве класса контекстно-свободных языков и класса языков, распознаваемых магазинными автоматами.

15. Определения детерминированного магазинного автомата и детерминированно контекстно-свободного языка. Теорема о замкнутости класса детерминированно контекстно-свободных языков относительно взятия дополнений.

16. Машина Тьюринга. Определения конфигурации и программы, функции Step и Com. Тезис Тьюринга. Написать программу для машины Тьюринга, вычисляющую функцию $f(w) = ww$, $w \in \{a, b\}^*$.

17. Определения примитивно рекурсивной функции, частично рекурсивной функции и рекурсивной функции. Тезис Чёрча. Доказать примитивную рекурсивность функций $f(x, y) = x + y$, $g(x, y) = x \cdot y$ и $h(x) = x!$

18. Машина Шёнфилда (определения машины, программы, функции, вычислимой на машине Шёнфилда, эквивалентности машин). Теорема об элиминации макрокоманд (т. е. команд вызова подпрограммы, имеющих вид $P(i_1, \ldots, i_k) \to j$). Написать программу для машины Шёнфилда, вычисляющую функцию $f(x, y) = x \cdot y$.

19. Машина Шёнфилда (определения машины, программы, функции, вычислимой на машине Шёнфилда, эквивалентности машин). Теорема о вычислимости произвольной частично рекурсивной функции на машине Шёнфилда. Написать программу для машины Шёнфилда, вычисляющую функцию $\mathrm{div}(x, y) = [x/y]$ (целая часть от деления x на y, $\mathrm{div}(x, 0)$ не определена при всех $x \in \mathbb{N}$).

20. Вычисление числовых функций на машине Тьюринга (определение того, что значит частичная функция $f : \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$ вычислима на машине Тьюринга). Написать программу для машины Тьюринга, вычисляющую функцию $f(x) = x + 1$.

21. Вычислимость на машине Тьюринга произвольной частичной функции, вычислимой на машине Шёнфилда.

22. Универсальная функция $\varphi_P(w)$, её вычислимость на машине Тьюринга. $s - m - n$ — теорема. Теорема о неподвижной точке. Неразрешимость языка $\{P : \varphi_P(w)$ определено для всех $w \in \Sigma^*\}$.

23. Разрешимые и перечислимые языки (определения). Критерий перечислимости языка (теорема об эквивалентности четырёх условий, одно из которых — определение перечислимости). Язык K (определение языка, его перечислимость).

24. Разрешимые и перечислимые языки (определения). Замкнутость классов разрешимых и перечислимых языков относительно теоретико-множественных операций. Теорема Поста. Пример перечислимого, но не разрешимого языка.

25. Отношение m-сводимости на множестве языков. Свойства этого отношения для разрешимых и перечислимых языков. Проблема остановки.

26. Классы $\mathcal{P}$ и $\mathcal{EXP}$. Задачи распознавания языков; примеры задач распознавания. Определение класса $\mathcal{NP}$. Отношения между классами $\mathcal{P}$, $\mathcal{EXP}$ и $\mathcal{NP}$. Понятие об $\mathcal{NP}$-полных задачах.