Вопросы к экзамену, осень 2010 года

1. Бинарные отношения, свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности. Теореме о разбиении на классы эквивалентности.

2. Определение детерминированного конечного автомата (ДКА). Функция $p_M(q, w)$. Распознавание слов ДКА. Придумать ДКА, распознающий язык $\{w \in \{a, b\}^* : \text{слово } w \text{ начинается на } ab \text{ и заканчивается на } ba\}$.

3. Отношение L-эквивалентности для языка L. Определение числа $o(L)$. Теорема Майхила-Нероуда.

4. Алгоритм минимизации детерминированного конечного автомата (с обоснованием).

5. Недетерминированные конечные автоматы: определение автомата, функции $P_M(q, w)$, распознаваемости слов и языков.

6. Теорема о равенстве класса языков, распознаваемых недетерминированными конечными автоматами, и класса языков, распознаваемых детерминированными конечными автоматами.

7. Определение регулярного языка. Регулярные выражения. Привести пример трёх слов, принадлежащих языку, задаваемому регулярным выражением $\big(a(ab \cup ba)\big)^*$, и трёх слов, не принадлежащих этому языку.

8. Теорема о равенстве класса регулярных языков и класса языков, распознаваемых конечными автоматами.

9. Замкнутость класса регулярных языков относительно операций объединения, конкатенации, звёздочки Клини, дополнения, пересечения и разности.

10. Теорема о накачке для регулярных языков. Доказать, что язык $\{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ не регулярен.

11. Грамматики, контекстно-свободные грамматики и контекстно-свободные языки: определения. Задать грамматику, порождающую язык $\{(ab)^n bba^{n+2} : n \in \mathbb{N}\}$.

12. Замкнутость класса контекстно-свободных языков относительно операций объединения, конкатенации и звёздочки Клини. Контекстная свободность регулярных языков.

13. Определение дерева вывода в контекстно-свободной грамматике (остов дерева, отношение "лежать слева" на элементах остова, разметка остова в соответствии с правилами грамматики, слово, записанное на терминальных вершинах).

14. Утверждение о том, что в контекстно-свободной грамматике существует линейный вывод слова из стартового символа тогда и только тогда, когда для этого слова существует дерево вывода.

15. Теорема о накачке для контекстно-свободных языков. Доказать, что язык $\{a^{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$ не является контекстно-свободным.

16. Определение магазинного автомата. Задать магазинный автомат, распознающий язык $\{a^n b^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$.

17. Понятие левого вывода в контекстно-свободной грамматике. Существование левого вывода для слов терминального алфавита, выводимых из стартового символа.

18. Теорема о равенстве класса контекстно-свободных языков и класса языков, распознаваемых магазинными автоматами.

19. Замкнутость класса контекстно-свободных языков относительно пересечений с регулярными языками. Не замкнутость класса контекстно-свободных языков относительно операций пересечения и дополнения.

20. Машина Тьюринга. Определения конфигурации и программы, функции Step и Com. Тезис Тьюринга. Написать программу для машины Тьюринга, вычисляющую функцию $f(w) = aw$, $w \in \{a, b\}^*$.

21. Определения примитивно рекурсивной функции, частично рекурсивной функции и рекурсивной функции. Тезис Чёрча.

22. Машина Шёнфилда (определения машины, программы, функции, вычислимой на машине Шёнфилда, эквивалентности машин). Теорема об элиминации макрокоманд (т. е. команд вызова подпрограммы, имеющих вид $P(i_1, \ldots, i_k) \to j$). Написать программу для машины Шёнфилда, вычисляющую функцию $f(x, y) = x \cdot y$.

23. Машина Шёнфилда (определения машины, программы, функции, вычислимой на машине Шёнфилда, эквивалентности машин). Теорема о вычислимости произвольной частично рекурсивной функции на машине Шёнфилда. Написать программу для машины Шёнфилда, вычисляющую функцию $f(x) = x^2 + 1$.

24. Вычислимость на машине Тьюринга произвольной частичной числовой функции, вычислимой на машине Шёнфилда.

25. Универсальная функция $\varphi_P(w_1, \ldots, w_k)$, её вычислимость как функции от $k+1$ аргумента. $s-m-n$ — теорема.

26. Теорема о неподвижной точке.

27. Вычислимые и перечислимые языки (определения). Критерий перечислимости языка (теорема об эквивалентности трёх условий, одно из которых — определение перечислимости). Язык K (определение языка, его перечислимость).

28. Вычислимые и перечислимые языки (определения). Теорема Поста. Пример перечислимого, но не вычислимого языка.

29. Отношение m-сводимости на множестве языков. Свойства этого отношения для вычислимых и перечислимых языков.

30. Проблема остановки. Языки Stop и Ne, кодирующие проблему остановки и проблему непустоты перечисляемого множества. m-эквивалентность этих языков языку K.

31. Классы $\mathcal{P}$ и $\mathcal{EXP}$. Задачи распознавания языков; примеры задач распознавания. Определение класса $\mathcal{NP}$. Отношения между классами $\mathcal{P}$, $\mathcal{EXP}$ и $\mathcal{NP}$. Понятие об $\mathcal{NP}$-полных задачах.