

## Магистратура (экономика)

### Пример вступительного экзамена по высшей математике

*Задачи с одним правильным ответом (задачи 1-4): 11 баллов за правильный выбор.  
Задачи с несколькими правильными ответами (задачи 5-7): 5-7 баллов за правильный выбор. В задаче 8 требуется решение.*

**Задача 1.** (один правильный ответ) Известно, что функции  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  вогнуты (выпуклы вверх) на множестве  $M$ . Тогда функция  $f(x) = \max(f_1(x), f_2(x))$  на  $M$ :

- а) выпукла (выпукла вниз);
- б) вогнута;
- в) квазивогнута, но не вогнута;
- г) не является ни выпуклой, ни вогнутой;
- д) утверждения а-г ложные, ответ зависит от вида  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$ , а не только от их вогнутости.

**Задача 2.** (один правильный ответ) Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sin x)^{\ln(x^2 + 1)} - 1}{x^3}$

- а) равен 0;
- б) равен 1;
- в) равен -1;
- г) не существует;
- д) равен числу, отличному от -1, 0 и 1.

**Задача 3.** (один правильный ответ) Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} \alpha & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \alpha \end{pmatrix}$ , где  $\alpha$  — вещественный

параметр. Тогда

- а) при всех  $\alpha$  система  $Ax = 0$  имеет единственное решение;
- б) найдется  $\alpha$ , такое что множество решений системы  $Ax = 0$  двумерное;
- в) найдется единственное  $\alpha$ , такое что множество решений системы  $Ax = 0$  одномерное;
- г) найдется ровно два значения  $\alpha$ , таких что множество решений системы  $Ax = 0$  одномерное;
- д) все четыре утверждений а-г ложные.

**Задача 4.** (один правильный ответ) Рассмотрим дифференциальное уравнение  $y'_x = y \cdot \operatorname{tg}(x)$  с начальным условием  $y(0) = 1$ . Пусть  $M$  — область определения функции  $y(x)$ .

Тогда

- а) множество  $M$  является неограниченным;
- б) функция  $y(x)$  достигает глобального максимума в  $M$ ;
- в) график функции  $y(x)$  имеет наклонную (не горизонтальную и не вертикальную) асимптоту;
- г) график функции  $y(x)$  имеет вертикальную асимптоту;
- д) все утверждения а-г ложные.

**Задача 5.** (несколько правильных ответов) Рассмотрим задачу поиска экстремумов функции  $f(x, y) = 10x + 5y$  на множестве  $M$ , задаваемом уравнением  $20x - x^2 + 15y - y^2 = 55$ .

- а) функция  $f$  имеет ровно две точки условного максимума;
- б) функция  $f$  имеет ровно две точки условного минимума;
- в) функция  $f$  имеет одну точку условного максимума и одну точку условного минимума;
- г)  $(x, y) = (20, 10)$  – точка условного экстремума;
- д)  $(x, y) = (1, 3)$  – точка условного максимума;
- е) Множество значений  $f(x, y)$  на  $M$  является замкнутым множеством.

**Задача 6.** (несколько правильных ответов) Вы собираетесь вложить \$10 000 в акции и/или краткосрочные казначейские векселя. Доходность обоих источников подвержена колебаниям и описывается двумерным распределением (акции-столбцы, векселя-строки):

Векселя\Акции	-10%	0%	10%	20%
6%	0	0	0,1	0,1
8%	0	0,1	0,3	0,2
10%	0,1	0,1	0	0

Тогда

- а) дисперсия доходности при вложении всей суммы в векселя составляет 16 000 (долл<sup>2</sup>);
- б) доходность акций и казначейских векселей не коррелирована;
- в) ожидаемая доходность от полного вложения в акции выше ожидаемой доходности при любом другом способе вложения;
- г) стандартное отклонение доходности от вложения достигает минимального значения при некоторой положительной доле, вложенной в акции.

**Задача 7.** (несколько правильных ответов) Фирма по сборке часов желает сравнить эффективность двух программ переподготовки рабочих. Одну из двух случайно сформированных групп по 15 человек обучали по первой программе, другую – по второй. 95%-ный доверительный интервал для среднего отличия производительности рабочих двух групп после прохождения переподготовки составил  $2.8 \pm 1.8$  в неделю. Отметьте верные и неверные утверждения:

- а) основная гипотеза  $H_0$  утверждает о том, что две программы равноценны, т.е.  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$ ;
- б) в доверительном интервале  $\pm 1.8$  получено по формуле  $\pm t_{0,975} \cdot s_0$ , где  $s_0$  – выборочное стандартное отклонение. Поскольку  $t_{0,975} = 2.05$  (28 степеней свободы), то неизвестное  $s_0$  составит  $\frac{1.8}{2.05} = 0.88$ ;
- в) так как  $t = \frac{2.8}{0.88} = 3.18$ , р-значение при тестировании основной гипотезы меньше, чем 0,0025. Таким образом, имеется высокая степень уверенности в  $H_0$ ;
- г) При повторении эксперимента, в случае верной  $H_0$ , вероятность получения  $t$ -статистики равной или большей, чем полученная (3.18), весьма мала, т.е. меньше 0,0025;
- д) Чтобы устранить возможное смещение, надо выбрать 30 лучших рабочих и позволить

им самим выбрать одну из двух программ.

**Задача 8** (14 баллов). Врачам интересуют зависимость времени выздоровления больного от дозы принятого им лекарства. В таблице ниже приведены результаты наблюдения за пятью пациентами, примерно совпадающими по своим характеристикам (доза лекарства – в г, время выздоровления – в днях):

Доза лекарства	1.0	1.5	1.2	1.4	1.2
Время выздоровления	40	10	25	16	27

**(а)** (5 баллов) Оцените регрессию времени выздоровления на дозу принимаемого лекарства.

**(б)** (6 баллов) Постройте 90% доверительный интервал для теоретического коэффициента наклона линии регрессии.

**(в)** (3 балла) Целесообразно ли использовать полученную регрессию для прогноза времени восстановления больного, если ему дать 2,5г лекарства?