

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)

Экономический факультет

Согласовано
Декан ЭФ
Богомолова Т.Ю.



подпись
« 19 » _____ 10 _____ 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика
Направленность (профиль): Бизнес-информатика

Форма обучения: очная

Разработчики:

к.ф.-м.н., доцент Гончаров М.Е.

Зав. кафедрой высшей математики

д.ф.-м.н., проф., Чупахин А.П.

Новосибирск
2020

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося	4
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
5. Перечень учебной литературы	8
6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся..	9
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	9
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине	9
9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	9
10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.....	10

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Цель дисциплины «Линейная алгебра»:

Целью курса «Линейная алгебра» являются знакомство с основными понятиями предмета, освоения приемов работы с комплексными числами, многочленами, матрицами, определителями, системами линейных уравнений, приобретение навыков работы с такими абстрактными понятиями, как векторные пространства, их размерность, линейная зависимость, линейные преобразования. Изучая предмет, студенты приобретают умение строить доказательства, различать истинные и ложные рассуждения.

Основные задачи дисциплины:

- изучить основной аппарат линейной алгебры: комплексные числа, многочлены, системы линейных уравнений, матрицы, векторные пространства.
- привитие навыков применения аппарата линейной алгебры для решения математических задач из курсов других математических и нематематических дисциплин;
- научить студентов понимать и самостоятельно строить математические утверждения, в том числе используя такие методы как метод от противного (с умением формулировать обратное утверждение), метод математической индукции, метод доказательства эквивалентных утверждений и т.д.

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:		
	знать	уметь	владеть
ОК-7 Способность к самоорганизации и самообразованию	основные правила рациональной организации труда.	самостоятельно искать методы решения практических и теоретических задач, применяя различные методы познания; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности	опытом определения основной и промежуточных целей работы, сбора необходимой информации
ПК-18 способность использовать соответствующий математический аппарат инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	основные теоремы и понятия курса линейной алгебры, их связи с другими разделами математики, роль и возможные применения в теоретических и эконометрических моделях	использовать изученные теоретические знания, применять их к решению конкретных задач, анализировать полученные решения и ответы, четко и понятно объяснять решение и полученный ответ	методами формализации и приемами решения типовых задач, основными понятиями и инструментами курса линейной алгебры

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» является обязательной, преподается в 1-2 семестрах.

Дисциплины (практики), изучение которых необходимо для освоения дисциплины «Линейная алгебра»: дисциплина является базовой, для ее изучения необходимы только базовые знания и умения в области математики в пределах современной школьной программы.

Дисциплины (практики), для изучения которых необходимо освоение дисциплины «Линейная алгебра»: математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, математическая статистика, эконометрия, математические модели экономики и др.

3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося

Трудоемкость дисциплины – 8 зачетных единиц, 288 часов (для набора 2017-2019 годов 7 зачетных единиц, 252 часов)

Форма промежуточной аттестации экзамен.

Для набора 2020 года:

Вид деятельности	Семестр	
	1	2
Контактная работа, часов, в том числе:	76	76
лекции	32	32
практические занятия	32	32
груп. работа с преподавателем	8	8
контактная работа при аттестации	2	2
консультации перед экзаменом	2	2
Самостоятельная работа, часов, в том числе:	68	68
самостоятельная работа во время занятий	50	50
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	18	18
Всего, часов	144	144

Для набора 2017-2019 года:

Вид деятельности	Семестр	
	1	2
Контактная работа, часов, в том числе:	76	76
лекции	32	32
практические занятия	32	32
груп. работа с преподавателем	8	8
контактная работа при аттестации	2	2
консультации перед экзаменом	2	2
Самостоятельная работа, часов, в том числе:	32	68
самостоятельная работа во время занятий	20	50
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	12	18
Всего, часов	108	144

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Содержание дисциплины «Линейная алгебра»:

1 семестр

Содержание разделов	
1	Комплексные числа. Определение комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Действия над комплексными числами. Операции комплексного сопряжения и деления комплексных чисел. Формула Муавра. Возведение в степень и извлечение корня.
2	Многочлены. Многочлены от одной переменной. Степень многочлена, ее основные свойства. Деление с остатком и алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель двух многочленов. Взаимно простые многочлены. Диофантовы уравнения. Многочлен как функция. Корни многочленов, теорема Безу. Метод Горнера деления на многочлен первой степени. Теорема о существовании корня (без доказательства). Разложение многочлена на линейные множители. Кратность корня многочлена. Неприводимые многочлены над полем вещественных и комплексных чисел. Разложение рациональной дроби в сумму простейших.
3	Алгебра матриц. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение матриц. Транспонированная матрица. След матрицы.
4	Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений, эквивалентные системы. Матричная запись систем линейных уравнений. Расширенная матрица систем линейных уравнений. Метод Гаусса решений систем линейных уравнений. Совместные и несовместные системы. Общее и частное решения системы линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные.
5	Линейные (векторные) пространства. Определение линейного (векторного) пространства. Примеры линейных пространств. Пространство строк и столбцов. Линейные комбинации векторов, линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Конечномерные и бесконечномерные векторные пространства. Теорема о пополнении линейно независимого набора. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Матрица перехода к новому базису в конечномерном линейном пространстве. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка системы векторов. Базис и размерность линейной оболочки. Ранг системы векторов. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана. Прямая сумма векторных пространств, эквивалентные определения. Проекция вектора на подпространство. Линейные отображения векторных пространств. Ядро и образ линейного оператора.
6	Ранг матрицы. Ранг матрицы, основные свойства. Ранг транспонированной матрицы и ранг произведения матриц.
7	Однородные системы линейных уравнений. Линейные многообразия. Однородная система линейных уравнений. Базис и размерность подпространства решений однородной системы уравнений. Задание подпространства в виде решения однородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема о структуре множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Применение к геометрии – точка, прямая, плоскость, гиперплоскость в

	пространстве как примеры линейных многообразий.
8	Определители. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Вырожденные и невырожденные матрицы. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения матриц. Формула Крамера решения систем линейных уравнений с квадратной матрицей. Миноры.
9	Обратная матрица. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Присоединенная матрица. Нахождение обратной матрицы через присоединенную матрицу и методом Гаусса. Решение матричных уравнений.

Лекции (32 ч)

Наименование темы и их содержание	Объем, час
Раздел 1 Комплексные числа	
1. Алгебраическая форма комплексного числа	2
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа	
Раздел 2 Многочлены	
1. Деление с остатком и схема Горнера	2
2. Алгоритм Евклида	2
3. Неприводимые многочлены	2
Раздел 3. Алгебра Матриц.	
1. Матрицы и основные операции над ними	2
Раздел 4. Системы линейных алгебраических уравнений	
1. Приведение СЛУ к ступенчатому виду методом Гаусса, совместные и несовместные системы	2
Раздел 5. Линейные (векторные) пространства	
1. Определение и основные примеры линейных пространств, понятие подпространства и линейной оболочки векторов.	2
2. Линейная зависимость и независимость системы векторов, базис пространства	2
3. Сумма и пересечение подпространств, линейные отображения векторных пространств	2
Раздел 6. Ранг матрицы	
1. Ранг матрицы. Основные свойства	2
Раздел 7. Однородные системы линейных уравнений. Линейные многообразия.	
1. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.	2
2. Неоднородные системы, линейные многообразия	2
Раздел 8. Определители	
1. Определитель квадратной матрицы	2
2. Основные свойства определителя квадратной матрицы	2
Раздел 9. Обратная матрица	
1. Условие существования обратной матрицы	2
2. Матричные уравнения	2

Практические занятия (32 ч)

Содержание практического занятия	Объем, час
Решение задач по теме 1. Комплексные числа	4
Решение задач по теме 2. Многочлены	6
Решение задач по теме 3. Алгебра Матриц.	2
Решение задач по теме 4. Системы линейных алгебраических уравнений	2
Решение задач по теме 5. Линейные (векторные) пространства	6

Решение задач по теме 6. Ранг матрицы	2
Решение задач по теме 7. Однородные системы линейных уравнений. Линейные многообразия.	4
Решение задач по теме 8. Определители	4
Решение задач по теме 9. Обратная матрица	2

Самостоятельная работа студентов (68 ч)

Перечень занятий на СРС	Объем, час
Подготовка к контрольным работам	6
Выполнение домашних заданий	44
Подготовка к экзамену	18

2 семестр

Содержание разделов	
1	Евклидовы пространства. Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора, угол между векторами, неравенство треугольника. Матрица Грама, её преобразование при переходе к новому базису. Ортонормированный базис, процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение и ортогональная проекция.
2	Линейные операторы. Определение линейного оператора, его простейшие свойства. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при смене базиса. Инвариантные подпространства, их свойства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора, основные свойства. Теорема Гамильтона-Кэли. Алгебраическая и геометрическая кратность собственных значений. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
3	Линейные операторы евклидовых пространств. Сопряженный оператор, его свойства. Существование и единственность сопряженного преобразования. Матрица сопряженного преобразования. Ортогональные матрицы и ортогональные операторы, эквивалентные определения и геометрический смысл. Собственные значения ортогональных операторов. Симметрические (самосопряженные) матрицы и линейные операторы, основные свойства. Собственные значения симметрических операторов. Канонический вид матрицы симметрического оператора. Неотрицательные и положительно определенные операторы и матрицы, основные свойства. Критерий Сильвестра.
4	Квадратичные формы. Квадратичная форма, матрица квадратичной формы. Диагональный вид квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием (приведение к главным осям). Закон инерции квадратичных форм.
5	Линии и поверхности второго порядка. Гиперповерхности второго порядка, приведение их уравнений к простейшему виду. Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка. Вид и важнейшие свойства основных кривых и поверхностей второго порядка.
6	Жорданова нормальная форма матрицы и линейного оператора. Корневой вектор, корневое подпространство. Нильпотентный оператор. Циклическое подпространство. Жорданов базис, жорданова клетка. Функция от матриц (минимальный многочлен, многочлен Лагранжа-Сильвестра).

Лекции (32 ч)

Наименование темы и их содержание	Объем, час
Раздел 1 Евклидовы пространства	
1. Скалярное произведение, основные свойства и связанные понятия.	2
2. Матрица Грамма	2
Раздел 2 Линейные операторы	
1. Определение линейного оператора, простейшие свойства	2
2. Собственные значения и собственные вектора, инвариантные подпространства	2
Раздел 3. Линейные операторы евклидовых пространств.	
1. Сопряженный оператор	2
2. Ортогональные и симметрические линейные операторы	2
3. Неотрицательные и положительные операторы	2
Раздел 4. Квадратичные формы	
1. Квадратичные формы, базовые понятия	2
2. Приведение квадратичных форм к диагональному виду. Закон инерции квадратичных форм	2
3. Привидение квадратичной формы к главным осям	2
Раздел 5. Линии и поверхности второго порядка	
1. Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка.	4
2. Важнейшие свойства основных кривых и поверхностей второго порядка.	2
Раздел 6. Жорданова нормальная форма матрицы и линейного оператора.	
1. Жорданова форма	4
2. Функции от матриц	2

Практические занятия (32 ч)

Содержание практического занятия	Объем, час
Решение задач по теме 1. Евклидовы пространства	4
Решение задач по теме 2. Линейные операторы	4
Решение задач по теме 3. Линейные операторы Евклидовых пространств.	6
Решение задач по теме 4. Квадратичные формы	6
Решение задач по теме 5. Линии и поверхности второго порядка	4
Решение задач по теме 6. Жорданова форма матрицы	8

Самостоятельная работа студентов (68 ч)

Перечень занятий на СРС	Объем, час
Подготовка к контрольным работам	6
Выполнение домашних заданий	44
Подготовка к экзамену	18

5. Перечень учебной литературы

5.1 Основная литература

1. Мальцев, И.А. Элементы линейной алгебры : учебное пособие : [для студентов Экономического факультета НГУ : в 2 ч.] / И.А. Мальцев ; М-во науки и высш. образования РФ, Новосиб. гос. ун-т, Экон. фак.Новосибирск : Издательско-олиграфический центр НГУ, 2019, 20 см.ISBN 978-5-4437-0902-4ISBN 978-5-4437-0922-2 (115 экз.)

2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / А. Г. Курош. Изд. 20-е, стер. Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, ISBN 978-5-8114-4304-8 (75 экз)

5.2 Дополнительная литература

3. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И.В. Проскуряков. 6-е изд., стер. Москва : Наука, 1978 (298 экз.)

4. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. — Учебное пособие. 13-е изд., стер. СПб.: Издательство «Лань», 2008. — 288 с (198 экз.)

5. Беклемишева Л. А., Беклемишев Д.В., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — Изд. 2-е, перераб. Москва : Физматлит, 2001. — 494 с (227 экз).

6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся

6. Система Google Classroom

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

При освоении дисциплины используется ресурс Google classroom.

Взаимодействие обучающегося с преподавателем (синхронное и (или) асинхронное) осуществляется через личный кабинет студента в ЭИОС и электронную почту.

7.1 Современные профессиональные базы данных:

Если не используются, в этом пункте написать: Современные профессиональные базы данных не используются.

7.2. Информационные справочные системы

«Не используются»

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения:

Windows, Microsoft Office, Acrobat Standard DC.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для реализации дисциплины «Линейная алгебра» используются специальные помещения:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации;

2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся;

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Перечень результатов обучения по дисциплине «Линейная алгебра» и индикаторов их достижения представлен в виде знаний, умений и владений в разделе 1.

10.1 Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Линейная алгебра» осуществляется по балльно-рейтинговой системе и включает следующие оценочные средства:

Текущий контроль успеваемости:

После окончания темы студентам предоставляется возможность самостоятельного решения задач (домашняя работа). Кроме того, в каждом семестре запланированы две контрольные работы (после 8-го и 16-го занятия).

Промежуточная аттестация:

Формой промежуточной аттестации по дисциплине является устный экзамен.

Оценочные средства	Баллы (максимум)
Текущий контроль	
Контрольная работа 1	15
Контрольная работа 2	15
Работа на семинарах	7
Выполнение домашних заданий	8
Промежуточная аттестация	
Устный экзамен	55
Итого	100

Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по дисциплине «Линейная алгебра»

Код компетенции	Результат обучения по дисциплине	Оценочное средство
ОК-7	знать основные правила рациональной организации труда.	Домашняя работа Экзамен
	уметь самостоятельно искать методы решения практических и теоретических задач, применяя различные методы познания; самостоятельно строить процесс овладения информацией,	Домашняя работа Экзамен

	отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности	
	владеть методами формализации и приемами решения типовых задач, основными понятиями и инструментами курса линейной алгебры	Экзамен
ПК-18	знать основные теоремы и понятия курса линейной алгебры, их связи с другими разделами математики, роль и возможные применения в теоретических и эконометрических моделях	Экзамен
	уметь использовать изученные теоретические знания, применять их к решению конкретных задач, анализировать полученные решения и ответы, четко и понятно объяснять решение и полученный ответ	Домашняя работа Экзамен Контрольная работа
	владеть навыками сбора, анализа и обработки данных для решения профессиональных задач	Домашняя работа Экзамен

Критерии оценивания результатов обучения	Шкала оценивания
<p><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - правильное выполнение всех пунктов заданий. – логичность и обоснованность полученных результатов <p>В выполненных заданиях обучающийся мог допустить непринципиальные неточности.</p> <p><u>Экзамен:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - умение сформулировать основные определения и теоремы из курса. - полный ответ на теоретические вопросы из билета, содержащий полные доказательства требуемых в билете утверждений, правильное решение задачи, - наличие исчерпывающих ответов на дополнительные вопросы и решений дополнительных задач. - самостоятельность, осмысленность, структурированность, логичность и аргументированность изложения материала, отсутствие затруднений в пояснении проводимых рассуждений и доказательств, а также при формулировке собственных суждений, <p>При изложении ответа на вопрос(ы) экзаменационного билета обучающийся мог допустить непринципиальные неточности</p>	<p><i>Отлично</i> 80,1–100 баллов</p>
<p><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – некоторые пункты задания выполнены с непринципиальными или арифметическими ошибками, – логичность и обоснованность полученных результатов <p><u>Экзамен:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - умение сформулировать основные определения и теоремы из курса. - при ответе на теоретические вопросы из билета были доказаны большинство требуемых утверждений с минимальными пробелами, при решении задачи были допущены некритические ошибки, - наличие исчерпывающих ответов на большую часть дополнительных вопросов и решение большей части 	<p><i>Хорошо</i> 60,1–80,0 баллов</p>

<p>дополнительных задач.</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельность, осмысленность, структурированность, логичность и аргументированность изложения материала, минимальные затруднения в пояснении проводимых рассуждений и доказательств, а также при формулировке собственных суждений. 	
<p><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – не все задачи решены верно, – решения содержат существенные ошибки. <p><u>Экзамен:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - умение сформулировать основные определения и теоремы из курса. - ответ на теоретические вопросы содержит существенные пробелы, исчерпывающие доказательства представлены лишь для небольшого количества нужных утверждений - задача решена с ошибкой или не решена совсем - существование затруднений в пояснении проводимых рассуждений и доказательств, а также при формулировке собственных суждений. - отсутствие ответов на большинство дополнительные вопросы. 	<p><i>Удовлетворительно</i> от 40,1 до 60,0 баллов</p>
<p><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – большинство (>60%) задач не решены или решены неверно, – решения содержат грубые ошибки или отсутствуют. <p><u>Экзамен:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - студент не может сформулировать основные определения и теоремы из курса. - студент не может доказать ни одного утверждения из полученного билета. - задача решена с ошибкой или не решена совсем - отсутствие осмысленности, структурированности, логичности и аргументированности изложения материала. - отсутствие ответов на дополнительные вопросы. 	<p><i>Неудовлетворительно</i> менее 40,1 баллов</p>

Баллы, набранные за выполнение заданий текущего контроля и промежуточной аттестации, конвертируются в оценку по дисциплине следующим образом:

Итоговая сумма набранных баллов	Оценка
≤ 40	неудовлетворительно
от 40,1 до 60	удовлетворительно
от 60,1 до 80	хорошо
от 80,1 до 100	отлично

Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Примеры задач для контрольных работ

Контрольная работа 1.

1. Для данных в алгебраической форме комплексных чисел z и w найти:
 - Их тригонометрическую форму
 - Произведение $z^{2020}w^{100}$, где h – сопряженное к w комплексное число.
 - Решить уравнение $x^3 = z$
2. Найти значение данного многочлена $f(x)$ от данной квадратной матрицы A .
3. Определить параметры A и B так, чтобы многочлен Ax^4+Bx^2+1 делился бы на многочлен $(x-1)^2$.
4. Найти наибольший общий делитель для данных многочленов $f(x)$ и $g(x)$.
5. Данную простейшую дробь $h(x)$ представить в виде суммы простейших дробей.

Контрольная работа 2

1. Для данных векторов a_1, a_2, a_3, a_4 из 4-х мерного пространства строк найти базис их линейной оболочки $L(a_1, a_2, a_3, a_4)$.
2. Для данной невырожденной квадратной матрицы размера 3 на 3 найти ее обратную матрицу.
3. Найти фундаментальную систему решений для данной однородной системы линейных уравнений.
4. Найти определитель данной квадратной матрицы размера 4 на 4.
5. Для данных векторов a_1, a_2, a_3, x доказать, что вектора a_1, a_2, a_3 образуют базис трехмерного пространства строк и найти координаты вектора x в этом базисе.

Примеры экзаменационных билетов

Данные вопросы направлены на проверку сформированности знаний в результате освоения компетенций ОК-7 и ПК-18.

Билет 1.

1. Деление многочленов с остатком.
2. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Исследовать систему на совместность и найти общее решение в зависимости от параметра λ .
$$\begin{aligned}5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 3 \\4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 &= 1 \\8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 &= 9 \\7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 &= \lambda\end{aligned}$$

Билет 2.

1. Формула Муавра
2. Определитель квадратной матрицы. Определение и основные свойства.
3. Найти базис суммы и пересечения подпространств $L(a_1, a_2, a_3)$ и $L(b_1, b_2)$ где $a_1=(-1, 2, 1, 4)$, $a_2=(0, -2, -1, 1)$, $a_3=(2, -4, -3, -7)$, $b_1=(-1, 1, 0, 1)$, $b_2=(1, 1, 1, 0)$.

Билет 3.

1. Теорема о пополнении линейно независимого набора векторов.

2. Алгоритм Евклида.
3. Доказать, что пространство R_3 является прямой сумой подпространств $L(a_1, a_2)$ и $L(b)$ и найти проекцию вектора x на подпространство $L(a_1, a_2)$ параллельно $L(b)$, где $a_1=(1,1,-2)$, $a_2=(-1,1,0)$, $b=(1,1,1)$, $x=(1,2,3)$.

Билет 4.

1. Метод Гаусса решений систем линейных уравнений.
2. Определитель произведения матриц.
3. Найти многочлены $u(x)$ и $v(x)$ такие, что $f(x)u(x)+g(x)v(x)=1$, где $f(x)=x^4-x^3-4x^2+4x+1$, $g(x)=x^2-x-1$

Билет 5.

1. Извлечение корня из комплексного числа.
2. Формула для размерности суммы подпространств (формула Грассмана).
3. Доказать, что многочлен $f(x)$ не имеет кратных корней, где $f(x)=1+x+x^2/2+x^3/3!+x^4/4!$

Билет 6.

1. Неприводимые многочлены над вещественными числами.
2. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.
3. Решить матричное уравнение $AX=E$, где E – единичная матрица, а

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Оценочные материалы по текущему контролю и промежуточной аттестации, предназначенные для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине «Линейная алгебра» планируемым результатам освоения образовательной программы (в соответствии с образовательными стандартами), хранятся на кафедре-разработчике РПД в печатном и электронном виде.

**Лист актуализации рабочей программы дисциплины
«Линейная алгебра»**

№	Характеристика внесенных изменений (с указанием пунктов документа)	Дата и № протокола Ученого совета ЭФ	Подпись ответственного