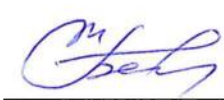


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный  
университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)

Экономический факультет

---

Согласовано  
Декан ЭФ  
Богомолова Т.Ю.

  
\_\_\_\_\_ подпись  
« 13 » 10 \_\_\_\_\_ 20 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ**

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика

Направленность (профиль): Бизнес-информатика

Форма обучения: очная

Разработчики:

к. ф.-м. н. Рыков И. А.

Зав. кафедрой применения математических методов в экономике и планировании

д. э. н. Мкртчян Г.М.

Новосибирск  
2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося .....	5
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
5. Перечень учебной литературы .....	7
6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся..	9
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	9
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	9
9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	9
10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.....	10

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Цель дисциплины «Методы оптимальных решений»:

Курс «Методы оптимальных решений» реализуется в рамках направления «Бизнес-информатика», относится к специальным дисциплинам математического цикла.

Цель курса – дать представление об основных математико-экономических оптимизационных моделях и методах, используемых при анализе экономических ситуаций. Курс позволяет проиллюстрировать эффективность проникновения математики в гуманитарную область – экономику.

Задача курса: добиться свободного владения студентами основами математического программирования и выпуклого анализа, их приложениями к экономическим задачам.

### Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:		
	знать	уметь	владеть
ОК-7 Способность к самоорганизации и самообразованию	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основные правила рациональной организации труда.</li> <li>- основные технологии и методики самообразования</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно искать методы решения практических и теоретических задач, применяя различные методы познания</li> <li>- самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности</li> <li>- планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и сроков достижения целей</li> <li>- применять методы и средства познания для интеллектуального развития, повышения культурного уровня, профессиональной компетентности</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- определением основной и промежуточных целей работы, сбора необходимой информации</li> </ul>
ПК-18 Способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основы теории общего экономического равновесия, основные макроэкономические показатели, базовые</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать взаимодействие агентов рыночных структур</li> <li>- оценивать эффективность равновесий в экономике</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- анализом взаимодействия агентов рыночных структур</li> <li>- оценки эффективности равновесий в экономических системах, применять теоретические</li> </ul>

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:		
	знать	уметь	владеть
обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	<p>выяснить модели современной макроэкономической теории и основные выводы из этих моделей</p> <p>- основные модели микроэкономической теории и методы их формального анализа</p> <p>- основы современных методов оптимизации и эконометрики как базы для эффективного использования экономико-математических подходов к исследованиям</p>	<p>применять теоретические знания при решении задач</p> <p>- использовать в теоретическом анализе базовые модели микроэкономической и макроэкономической теории, оптимизационные и эконометрические модели</p> <p>- описывать типичные экономические процессы и явления посредством основных теоретических, оптимизационных и эконометрических моделей</p> <p>- интерпретировать результаты анализа моделей с учетом возможностей и ограничений используемых методов</p>	<p>применять знания при решении задач</p> <p>- применением в теоретическом анализе базовых моделей микроэкономической и макроэкономической теории, оптимизационных и эконометрических моделей</p> <p>- применения в теоретическом анализе базовых моделей микроэкономической и макроэкономической теории, оптимизационных и эконометрических моделей</p>

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методы оптимальных решений» является обязательной, преподается в 3 семестре.

Дисциплины (практики), изучение которых необходимо для освоения дисциплины «Методы оптимальных решений»: «Математический анализ», «Линейная алгебра».

Дисциплины (практики), для изучения которых необходимо освоение дисциплины «Методы оптимальных решений»: «Теория игр», «Математические модели экономики», «Современные математические методы в экономике».

**3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося**

Трудоемкость дисциплины – 4 зачетных единиц, 144 часов.  
Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Вид деятельности	Семестр
	3
<b>Контактная работа, часов, в том числе:</b>	<b>76</b>
лекции	32
практические занятия	32
груп. работа с преподавателем	8
контактная работа при аттестации	2
консультации перед экзаменом	2
<b>Самостоятельная работа, часов, в том числе:</b>	<b>68</b>
самостоятельная работа во время занятий	50
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	18
<b>Всего, часов</b>	<b>144</b>

**4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**3 семестр**

Содержание дисциплины «Методы оптимальных решений»:

	Содержание разделов
1	<b>Введение.</b> История вопроса, общая характеристика проблематики. Классификация оптимизационных задач (динамические-статические, детерминированные-стохастические, непрерывные-дискретные, однокритериальные-многокритериальные). Примеры экономических ситуаций, приводящих к задачам соответствующих классов: задача о производстве как пример детерминированной статической задачи; задача о кредите как пример динамической задачи и др.
2	Задача математического программирования. Определения локального и глобального экстремумов. Теорема Вейерштрасса. Внутренние и граничные точки. Лемма Ферма (необходимое условие локального экстремума для внутренних точек). Общий метод решения оптимизационных задач, основанный на переборе локальных экстремумов. Необходимые и достаточные условия локальных экстремумов второго порядка. Критерий Сильвестра.
3	<b>Элементы теории линейного программирования; двойственность в линейном программировании.</b> Различные формы постановки задачи: форма задачи математического программирования, общая, стандартная и каноническая формы. Переход от одной формы к другой (сведение). Двойственная задача, правила её построения. Лемма о неравенстве значений целевых функций пары двойственных задач. Признак оптимальности (условия дополняющей нежесткости). Геометрическая интерпретация задачи и признака оптимальности в пространстве исходных переменных. Крайние точки. Теорема о существовании оптимального решения среди крайних точек. Теоремы двойственности для задач линейного программирования. Двойственные переменные как объективно обусловленные оценки ресурсов.
4	<b>Метод последовательного улучшения.</b>

5	<p>Понятие базисного множества и базисного решения. Допустимые и двойственно допустимые базисы. Общая схема метода последовательного улучшения для задачи в канонической форме. Получение начального решения (метод нулевого шага).</p> <p><b>Анализ чувствительности в линейном программировании.</b></p>
6	<p>Параметрическое линейное программирование. Алгоритм для исследования задач с параметром в правой части ограничений задачи и в целевой функции. Характер зависимости оптимального значения от параметра.</p> <p><b>Нелинейное программирование.</b></p>
7	<p>Задача с ограничениями-равенствами. Теорема о неявной функции. Метод исключения переменных. Функция Лагранжа. Условие регулярности Якоби. Необходимый признак локального экстремума в задаче с равенствами. Метод Лагранжа. Сравнение методов. Общая задача условной оптимизации. Необходимый признак локального экстремума для общей задачи. Метод перебора гипотез об активных ограничениях.</p> <p><b>Выпуклое программирование.</b></p>
8	<p>Выпуклые множества. Проекция точки на множество. Теорема о проекции на замкнутое выпуклое множество. Критерий проекции. Теоремы отделимости Выпуклые функции. Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемых и дважды непрерывно дифференцируемых функций. Критерий Сильвестра нестрогой положительной определенности матрицы. Задача выпуклого программирования. Сопоставление с общей задачей условной оптимизации. Условие регулярности Слейтера. Дифференциальная форма теоремы Куна-Таккера. Метод перебора гипотез об активных ограничениях для задачи выпуклого программирования.</p> <p><b>Многокритериальная оптимизация.</b></p>
9	<p>Задача многокритериальной оптимизации. Парето-оптимальные (сильно эффективные) решения. Слабо эффективные решения. Характеризация множеств сильно и слабо эффективных решений в пространстве образов. Методы поиска Парето-оптимальных решений (их образов). Метод критериальных ограничений. Метод линейной свертки критериев. Теорема о применимости метод в классе выпуклых задач.</p> <p><b>Численные методы оптимизации.</b> Итерационные методы спуска. Класс градиентных методов. Метод с постоянным шагом. Метод с дроблением шага. Метод наискорейшего спуска. Метод Ньютона.</p>

### Лекции (36 ч)

Наименование темы и их содержание	Объем, час
Раздел 1. Введение.	
1. История вопроса и моделирование простейших экономических задач	2
2. Локальная оптимизация.	4
Раздел 2. Линейное программирование; двойственность	
1. Формы задачи линейного программирования	2
2. Двойственная задача и признак оптимальности	2
3. Базис и базисные множества. Метод последовательного улучшения.	2
4. Метод нулевого шага. Чувствительность.	2
Раздел 3. Нелинейная оптимизация	
1. Задача с ограничениями-равенствами. Теорема о неявной функции и метод исключений. Теорема Лагранжа и метод Лагранжа. Сравнение методов.	4
2. Общая задача (задача с ограничениями-неравенствами). Необходимые условия локального экстремума. Метод перебора гипотез об активных ограничениях.	4

Раздел 4. Выпуклая оптимизация.	
1. Выпуклые множества. Теоремы отделимости.	2
2. Выпуклые функции, их свойства. Критерии выпуклости.	2
3. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.	4
Раздел 5. Многокритериальная оптимизация.	
1. Эффективные решения, их характеристика.	4
Раздел 6. Численные методы	
Методы спуска: градиентные методы, метод Ньютона.	2

#### Практические занятия (36 ч)

Содержание практического занятия	Объем, час
1. Семинары по оптимизации, основанной на поиске потенциальных локальных экстремумов	4
2. Семинары по линейному программированию: построение двойственных задач, применение условий дополняющей нежесткости	4
3. Семинары по линейному программированию: приведение к канонической форме, метод последовательных улучшений	4
4. Проверочная работа по пройденным темам	2
5. Семинары по выпуклой оптимизации: выпуклые множества и функции	2
6. Семинары по выпуклой оптимизации: решение задач методом, основанным на применении теоремы Куна-Таккера	4
7. Семинары по нелинейной оптимизации: решение задач с ограничениями-равенствами методами исключений и Лагранжа	4
8. Семинары по нелинейной оптимизации: решение общей нелинейной задачи методом полного перебора гипотез о множестве активных ограничений	6
9. Проверочная работа по пройденным темам	2
10. Многокритериальная оптимизация: методы поиска Парето-оптимальных решений	4

#### Самостоятельная работа студентов (68 ч)

Содержание практического занятия	Объем, час
1. Решение домашних заданий	40
2. Подготовка к контрольным работам	10
3. Подготовка к экзамену	18

## 5. Перечень учебной литературы

### 5.1 Основная литература

1. Балдин, К.В. Математическое программирование : учебник / К.В. Балдин, Н. Брызгалов, А.В. Рукусуев ; под общ. ред. К.В. Балдина. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 218 с. : ил. - Библиогр.: с. 199-202. - [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453243> .

2. Количественные методы в экономических исследованиях : учебник / Ю.Н. Черемных, А.А. Любкин, Я.А. Рощина и др. ; ред. Л.В. Туманова, М.В. Грачева, Ю.Н. Черемных. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 687 с. - [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=119441>.

3. Методы оптимизации. Примеры и задачи : учебное пособие : для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки высшего профессионального образования 010100 "Математика" и специальности 010101 / Р.М. Ларин, А.В. Плясунов, А.В. Пяткин ; Федер. агентство по образованию, Новосиб. гос. ун-т, Мех.-мат. фак2-е изд., перераб. и доп. Новосибирск : Редакционно-издательский центр НГУ, 2009 137 с. : граф., табл. ; 20 см. Библиогр.: с.133. ISBN 978-5-94356-757-5 (106 экз).

## 5.2 Дополнительная литература

4. Адамчук, А.С. Математические методы и модели исследования операций (краткий курс) : учебное пособие / А.С. Адамчук, С.Р. Амироков, А.М. Кравцов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Северо-Кавказский федеральный университет». - Ставрополь : СКФУ, 2014. - 163 с. : ил. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457131>.

5. Канторович, Леонид Витальевич. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов / АН СССР, Отд-ние экон., философ. и права и СО АН СССР. — М. : Изд-во АН СССР, 1960. — 348 с. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/g2/english/ssk/selecta.pdf>

6. Математика в экономике : учебник / . - 3-е изд., перераб. и доп. (2-е изд. - 2003 г.). - М. : Финансы и статистика, 2011. - Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование. - 384 с. [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=86079>. Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений.

7. Математика в экономике. Учебник / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2013. - Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование. - 384 с. [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=220236>.

8. Юденков, А.М. Математическое программирование в экономике : учебное пособие / А.М. Юденков, М.И. Дли, В.В. Круглов. - Москва : Финансы и статистика, 2010. - 238 с. : [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=59465>.

Печатные издания в научной библиотеке НГУ:

**9. Ашманов, Станислав Александрович.** Теория оптимизации в задачах и упражнениях. Классические разделы. Линейное программирование. Выпуклые множества / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. — М. : Наука, 1991. — 447 с. (20 экз.).

**10. Заславский, Юрий Леонидович.** Сборник задач по линейному программированию : [Для мат. и экон. спец. ун-тов] / Ю.Л. Заславский ; Под ред. Д.Б. Юдина. — М. : Наука, 1969. — 256 с. (89 экз.).

**11. Хуторецкий, Александр Борисович.** Модели исследования операций : введение в предмет, нелинейное программирование, выпуклое программирование, линейное программирование : [учебник для студентов отделений "менеджмент" и "экономика и управление" Экон. фак. НГУ] / А.Б. Хуторецкий ; отв. ред. Г.М. Мкртчян ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Новосиб. гос. ун-т, [Экон. фак.], Нац. фонд подгот. кадров ; Новосиб. гос. ун-т, Нац. фонд подгот. кадров. — Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2006. — 267 с. (126 экз.).



**12. Шмырёв, Вадим Иванович.** Лекции по математическому программированию : учебное пособие : [для студентов 2 курса экономического факультета НГУ] / В.И. Шмырёв ; М-во образования Рос. Федерации, Новосиб. гос. ун-т, Эконом. фак. — Изд. 2-е, испр. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2000 .— 191 с. (39 экз.).

#### **6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся**

13. Ссылки на видеозаписи и слайды лекций:  
<https://docs.google.com/document/d/1GkBMUCVUTlwk21pvU17Q72FLMSgiCHakAXmf1Lr-N48/edit?usp=sharing>

#### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

При освоении дисциплины используются следующие ресурсы:

–ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: jam-board.google.com (содержит слайды лекций), desmos.com (построение графиков), zoom.us (видеозапись лекций).

Взаимодействие обучающегося с преподавателем (синхронное и (или) асинхронное) осуществляется через электронную почту

##### **7.1 Современные профессиональные базы данных:**

Современные профессиональные базы данных не используются.

##### **7.2. Информационные справочные системы**

Не используются.

#### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Перечень программного обеспечения: Windows, Microsoft Office

#### **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для реализации дисциплины «Методы оптимальных решений» используются специальные помещения:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации;

2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся;

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется

согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

#### **10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Перечень результатов обучения по дисциплине «Методы оптимальных решений» и индикаторов их достижения представлен в виде знаний, умений и владений в разделе 1.

##### **10.1 Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Методы оптимальных решений» осуществляется по балльно-рейтинговой системе и включает следующие оценочные средства:

##### **Текущий контроль успеваемости:**

После окончания темы (или нескольких тем) студентам предоставляется возможность самостоятельного решения задач (домашняя работа), выполнения индивидуальных заданий, а также проводится оценивание знаний студентов на практических занятиях (контрольная работа).

Баллы за выполнение домашних заданий и контрольных работ:

Разделы дисциплины	Баллы	
	Домашние задания / индивидуальное задание	Контрольные
Локальная, Линейная оптимизация	6	20
Выпуклая и нелинейная оптимизация	7	25
Многокритериальная оптимизация	2	
<b>Итого</b>	<b>15</b>	<b>45</b>

Оценка рассчитывается на основе суммы баллов, набранных на контрольных работах, за выполнение домашних заданий, индивидуальных работ и баллов за активность на семинарских занятиях в течение семестра.

Итоговая оценка за семестр рассчитывается на основе полученной суммы баллов, и баллов, набранных при заключительном контроле знаний на экзамене.

##### **Промежуточная аттестация:**

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Методы оптимальных решений» осуществляется по балльно-рейтинговой системе и включает следующие оценочные средства:

Оценочные средства	Баллы (максимум)
<b>Текущий контроль</b>	
Индивидуальные и домашние задания	15
Контрольные работы	45
<b>Промежуточная аттестация</b>	
Письменный экзамен	40
<b>Итого</b>	<b>100</b>

**Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по дисциплине «Методы оптимальных решений»**

Таблица 10.1

<b>Код компетенции</b>	<b>Результат обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочное средство</b>
ОК-7	Знание основных правил рациональной организации труда, основных технологий и методики самообразования	Домашняя работа Индивидуальная работа Контрольная работа Экзамен
	Умение самостоятельно искать методы решения практических и теоретических задач, применяя различные методы познания - самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности	Домашняя работа
	Владение определением основной и промежуточных целей работы, сбора необходимой информации посредством самостоятельного изучения учебной литературы по изучаемой дисциплине	Домашняя работа Контрольная работа Экзамен
ПК-18	Знание основ современных методов оптимизации и эконометрики как базы для эффективного использования экономико-математических подходов к исследованиям	Домашняя работа Индивидуальная работа Контрольная работа Экзамен
	Умение оценивать эффективность равновесий в экономических системах, применять теоретические знания при решении задач, использовать в теоретическом анализе базовые модели микроэкономической и макроэкономической теории, оптимизационные и эконометрические модели, описывать типичные экономические процессы и явления посредством основных теоретических, оптимизационных и эконометрических моделей, интерпретировать результаты анализа моделей с учетом возможностей и ограничений используемых методов формулировать выводы; представить статистическую информацию в виде таблиц и графиков	Домашняя работа Контрольная работа Экзамен
	Владение анализом взаимодействия агентов рыночных структур, оценкой эффективности равновесий в экономических системах, применять теоретические знания при решении задач, при-	Домашняя работа Индивидуальная работа Контрольная работа Экзамен

	менением в теоретическом анализе базовых моделей микроэкономической и макроэкономической теории, оптимизационных и эконометрических моделей, применением в теоретическом анализе базовых моделей микроэкономической и макроэкономической теории, оптимизационных и эконометрических моделей	
--	---	--

Таблица 10.2

<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>	<b>Шкала оценивания</b>
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b>  – правильное применение методов решения оптимизационных задач к соответствующим моделям,  - правильность представления информации в графической и / или табличной формах,  – логичность и аргументированность полученных результатов,  - правильное выполнение всех пунктов заданий.  В выполненных заданиях обучающийся мог допустить непринципиальные неточности.</p> <p><b><u>Качество индивидуальных заданий:</u></b>  – правильный выбор методов решения оптимизационных задач, корректность их использования,  - правильность представления информации в графической и / или табличной формах,  – логичность и аргументированность полученных результатов,  - правильное выполнение всех пунктов заданий.  В выполненных заданиях обучающийся мог допустить непринципиальные неточности.</p> <p><b><u>Экзамен:</u></b>  – правильные ответы на не менее 80% теоретических вопросов,  – правильное применение методов решения оптимизационных задач к соответствующим моделям,  - правильность представления информации в графической и / или табличной формах,  – наличие исчерпывающих ответов на дополнительные вопросы.  При изложении ответа на теоретический вопрос обучающийся мог допустить непринципиальные неточности.</p>	<p><i>Отлично</i>  <b>80,1–100</b>  <b>баллов</b></p>
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b>  – правильный выбор методов решения оптимизационных моделей, но имеются ошибки их использования,  - имеются погрешности в представлении информации в графической и / или табличной формах,  – логичность и аргументированность полученных результатов, наличие затруднений в формулировке собственных суждений,  - некоторые пункты заданий выполнены с непринципиальными ошибками.</p> <p><b><u>Качество индивидуальных заданий:</u></b></p>	<p><i>Хорошо</i>  <b>60,1–80,0</b>  <b>баллов</b></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– правильный выбор методов решения оптимизационных моделей, но имеются ошибки их использования,</li> <li>- имеются погрешности в представления информации в графической и / или табличной формах,</li> <li>– логичность и аргументированность полученных результатов, наличие затруднений в формулировке собственных суждений.</li> <li>- некоторые пункты заданий выполнены с непринципиальными ошибками.</li> </ul> <p><b><u>Экзамен:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– правильные ответы на не менее 60% теоретических вопросов,</li> <li>– правильное применение методов решения оптимизационных задач к соответствующим моделям, имеются ошибки использования;</li> <li>- имеются погрешности в представления информации в графической и / или табличной формах,</li> <li>– наличие полных ответов на дополнительные вопросы с возможным наличием ошибок.</li> </ul>	
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– необоснованность выбора методов решения оптимизационных моделей,</li> <li>- имеются серьезные ошибки представления информации в графической и / или табличной формах,</li> <li>– частичная аргументированность полученных результатов,</li> <li>– фрагментарность решения заданий.</li> </ul> <p><b><u>Качество выполнения индивидуальных заданий:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– необоснованность выбора методов решения оптимизационных моделей,</li> <li>- имеются серьезные ошибки представления информации в графической и / или табличной формах,</li> <li>– частичная аргументированность полученных результатов,</li> <li>– не все пункты задания выполнены или выполнены фрагментарно.</li> </ul> <p><b><u>Экзамен:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– правильные ответы на не менее 40% теоретических вопросов,</li> <li>– необоснованность выбора методов решения оптимизационных моделей,</li> <li>- имеются серьезные ошибки представления информации в графической и / или табличной формах</li> <li>– наличие неполных и / или содержащих существенные ошибки ответов на дополнительные вопросы.</li> </ul>	<p><i>Удовлетворительно</i> от <b>40,1</b> до <b>60,0</b> баллов</p>
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– необоснованность выбора методов решения оптимизационных моделей,</li> <li>- наличие серьезных ошибок представления информации в графической и / или табличной формах или их отсутствие,</li> <li>– грубые ошибки при аргументации полученных результатов,</li> <li>- фрагментарность решения задания.</li> </ul> <p><b><u>Качество выполнения индивидуальных заданий:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– необоснованность выбора решения оптимизационных моделей,</li> <li>- наличие серьезных ошибок представления информации в графической и / или табличной формах или их отсутствие,</li> <li>– грубые ошибки при аргументации полученных результатов,</li> <li>- большинство пунктов задания не выполнено.</li> </ul> <p><b><u>Экзамен:</u></b></p>	<p><i>Неудовлетворительно</i> менее <b>40,1</b> баллов</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– присутствие многочисленных ошибок (более 75% ответов содержат ошибки).</li> <li>– необоснованность выбора методов решения оптимизационных моделей,</li> <li>- имеются серьезные ошибки представления информации в графической и / или табличной формах</li> <li>– отсутствие ответов на дополнительные вопросы.</li> </ul>	
---	--

**Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

1. Написать двойственную задачу. Проверить заданное допустимое решение на оптимальность.

Образец задачи:

$$44x_1 - 96x_2 + 23x_3 \rightarrow \min$$

$$-2x_1 + 9x_2 + x_3 = 4$$

$$25x_1 + 3x_2 - x_3 \leq -25$$

$$7x_1 - 15x_2 + 4x_3 \geq 1$$

$$x_2, x_3 \geq 0.$$

Написать двойственную задачу. Проверить на оптимальность точку  $\bar{x} = (-1, 0, 2)$ .

2. Решить задачу методом последовательного улучшения с использованием процедуры искусственного базиса.

Образец задачи:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \dots \rightarrow \min$$

$$4x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \leq 0$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 4$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

3. Решить задачу выпуклого программирования

Образец задачи:

$$16x_1 + 8x_2 - (x_1)^2 - (x_2)^2 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 9$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

4. Решить задачу нелинейного программирования

$$\begin{cases} x + y + 2z \rightarrow \text{extr} \\ x^2 - 4x + y^2 + 2z^2 = 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

**Вопросы для подготовки к экзамену**

1. Классификация оптимизационных моделей (однокритериальные/многокритериальные, динамические/статические, непрерывные/дискретные, детерминированные/стохастические)
2. Задача математического программирования (ЗМП). Множество допустимых решений. Оптимальное решение ЗМП (глобальный экстремум). Возможные варианты решения задачи математического программирования (оптимальное решение, точная граница, неограниченность функции, пустота допустимого множества).
3. Теорема Вейерштрасса (условия существования глобальных экстремумов).
4. Задача безусловной оптимизации. Локальные экстремумы. Стационарные точки. Теорема Ферма (необходимое условие локального экстремума 1го порядка). Метод решения задачи безусловной оптимизации, основанный на теореме Ферма.
5. Необходимые и достаточные условия локального экстремума 2го порядка. Пример пограничного случая (удовлетворяет необходимым, но не удовлетворяет достаточным условиям 2го порядка), являющегося локальным экстремумом; не являющегося локальным экстремумом.
6. Главные и диагональные миноры матрицы. Критерий Сильвестра нестрогой положительной определенности матрицы. Достаточное условие строгой положительной определенности матрицы.
7. Задача условной оптимизации. Условный локальный экстремум (= локальный экстремум на множестве). Метод решения задачи условной одномерной оптимизации перебором внутренних стационарных точек и точек разрыва (теорема Ферма) и граничных точек.
8. Метод линий уровня (графический метод) для задач условной оптимизации.
9. Задача линейного программирования. Формы задачи линейного программирования (общая, стандартная, каноническая).
10. Сведение задачи линейного программирования к канонической форме.
11. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Решение задачи с двумя переменными графическим методом. Поиск оптимальных решений среди угловых точек многогранника.
12. Двойственная задача к задаче линейного программирования (построение для общей формы). Взаимная двойственность задач.
13. Связь допустимых решений прямой и двойственной задачи (неравенство для любой пары допустимых решений; равенство влечет оптимальность).
14. Условия дополняющей нежесткости (необходимое и достаточное условие оптимальности решений прямой и двойственной задач).
15. Теорема двойственности (одновременная разрешимость прямой и двойственной задач; равенство оптимальных значений).
16. Метод последовательного улучшения базиса - понятия: базис, базисное множество, базисное решение. Допустимое базисное множество, двойственно допустимое базисное множество.
17. Метод последовательного улучшения - алгоритм.
18. Метод последовательного улучшения - выполнение нулевого шага как решение вспомогательной задачи.
19. Теорема о разрешимости задачи линейного программирования.
20. Анализ чувствительности в задаче линейного программирования: изменение оптимального решения при модификации правых частей ограничений. Интерпретация оптимального решения двойственной задачи как множества теневых цен.
21. Теорема о неявной функции. Метод исключения для задачи с ограничениями-равенствами.
22. Матрица Якоби. Теорема Лагранжа (необходимое условие локального экстремума 1го порядка в задаче с ограничениями-равенствами).
23. Сравнение метода исключения и метода Лагранжа.
24. Метод решения задачи с ограничениями-равенствами, основанный на методах исключения и Лагранжа.
25. Геометрическая интерпретация множителей Лагранжа (на примере задачи с двумя переменными и одним ограничением).
26. Возможные направления в точке в задаче с ограничениями-неравенствами. Характеризация возможных направлений через градиенты ограничений. Необходимое условие локального экстремума в терминах возможных направлений.

27. Необходимое условие локального экстремума 1го порядка в задаче с ограничениями-неравенствами.
28. Метод решения задачи с ограничениями-неравенствами, основанный на переборе гипотез об активных ограничениях.
29. Выпуклые множества. Выпуклость пересечения множеств. Контрпример на объединение множеств.
30. Проекция точки на множество в n-мерном пространстве. Теорема о существовании и единственности проекции на замкнутое и выпуклое множество.
31. Критерий проекции.
32. Три теоремы отделимости.
33. Лемма Фаркаша.
34. Выпуклость функции на множестве. Критерий выпуклости непрерывно дифференцируемых функций (“касательная под хордой”).
35. Гессиан. Критерий выпуклости дважды непрерывно дифференцируемых функций.
36. Условие регулярности Слейтера. Теорема Куна-Таккера.
37. Задача многокритериальной оптимизации. Парето-оптимальные (сильно эффективные) решения. Слабо эффективные (эффективные по Слейтеру) решения.
38. Характеризация множеств сильно и слабо эффективных решений в пространстве образов (пустота пересечения образа с положительным ортантом).
39. Методы поиска Парето-оптимальных решений (их образов). Метод критериальных ограничений. Метод линейной свертки критериев. Теорема о применимости метод в классе выпуклых задач.
40. Численные методы. Методы градиентного спуска: с постоянным шагом, с дроблением шага, метод наискорейшего спуска. Метод Ньютона.

#### Примеры промежуточной экзаменационной контрольной работы (ПК-4)

##### 1. Выберите верные утверждения. В любой задаче линейного программирования:

1. Всегда есть хотя бы одно ДБМ (допустимое базисное множество);
2. Если она разрешима, то есть хотя бы одно ДБМ
3. Если она неразрешима, нет ни одного ДБМ;
4. Все БМ являются ДБМ.

2.

Какие из перечисленных функций выпуклы в  $\mathbb{R}^3$ ?

$x^2 + xy + y^2 + yz + z^2$       $x^2 + 2xy + y^2 + yz + z^2$

$e^{x-y-z}$       $e^x + y^2 - z^2$

3.

Какие из перечисленных точек являются Парето-оптимальными для указанной задачи?

$$\begin{aligned} x \rightarrow \max, \quad y \rightarrow \max \\ x + 2y \leq 4 \\ x, y \geq 0 \end{aligned}$$

(1, 1)     (0, 2)     (2, 2)     (2, 1)

4.

Какие из точек являются стационарными точками функции  $x^3 - 3x + \sin y$

(0, 0)      $(-1, -\frac{\pi}{2})$       $(\frac{\pi}{2}, 1)$      (1,  $\pi$ )



## 5. Сформулируйте теорему Куна-Таккера.

Задача 1. Построить двойственную задачу; используя условия дополняющей нежесткости, проверить оптимальность доп. решения (2, 1).

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\rightarrow \max \\ x_1 + x_2 &\leq 3 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Задача 2. Показать, что задача является задачей выпуклого программирования и решить её:

$$\begin{aligned} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 6x_2 &\rightarrow \min \\ x_2 &\leq 1 \\ x_1 + x_2 &\leq 1 \end{aligned}$$

Задача 3. Найти точки глобального минимума и максимума

$$\begin{aligned} x_1x_2 &\rightarrow \text{extr} \\ x_1^2 + x_2^2 &\leq 4 \end{aligned}$$

Оценочные материалы по текущему контролю и промежуточной аттестации, предназначенные для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине «Методы оптимальных решений» планируемым результатам освоения образовательной программы (в соответствии с образовательными стандартами), хранятся на кафедре-разработчике РПД в печатном и электронном виде.

**Лист актуализации рабочей программы дисциплины**  
**«Методы оптимальных решений»**

№	Характеристика внесенных изменений (с указанием пунктов документа)	Дата и № протокола Ученого совета ЭФ	Подпись ответственного