

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)

Экономический факультет

---



Согласовано  
Декан ЭФ  
Богомолова Т.Ю.

подпись

« 19 » 10 20 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## СОВРЕМЕННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика

Направленность (профиль): Бизнес-информатика

Форма обучения: очная

Разработчик:

д. э. н. Хуторецкий А. Б.

Зав.кафедрой применения математических методов в экономике и планировании

д. э. н. Мкртчян Г. М.

Новосибирск  
2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося .....	4
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
5. Перечень учебной литературы .....	6
6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся .	6
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	7
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	7
9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	7
10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.....	7

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Курс дополняет дисциплину «Методы оптимальных решений» изложением основных моделей динамической оптимизации (динамическое программирование и оптимальное управление).

Цель дисциплины «Современные математические методы в экономике»: освоение приемов построения и анализа моделей указанных типов.

Основные задачи дисциплины:

формирование представления о математической модели как инструменте анализа экономической системы и разработки целесообразных управляющих воздействий;

развитие умения выбирать адекватный тип математической модели и модифицировать типовую модель применительно к решаемой проблеме;

освоение специфики постановки и решения типовых задач динамического программирования и их вариаций;

изучение основ теории оптимального управления и подходов к решению соответствующих задач.

### Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:		
	знать	уметь	владеть
ОК-7. Способность к самоорганизации и самообразованию.	– условия применимости, методiku построения и анализа моделей динамического программирования и оптимального управления.	– самостоятельно решать задачи динамического программирования и оптимального управления; – самостоятельно изучать основную и дополнительную литературу; – планировать свое время, устанавливать последовательность выполнения работ; – строить модели изученных типов и адаптировать их к особенностям моделируемой ситуации.	– терминологией и понятийным аппаратом динамического программирования и оптимального управления; – навыками решения задач типичных динамического программирования и оптимального управления.
ПК-17. Способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования.	– понятийный аппарат динамического программирования и оптимального управления; – структуру модели динамического программирования, основные варианты постановки задач оптимального управления; – необходимые условия оптимальности допустимого процесса; – достаточные условия оптимальности допустимого процесса.	– строить уравнения Беллмана для задач динамического программирования; – формулировать и использовать необходимые условия оптимальности для задачи решения оптимального управления; – интерпретировать и грамотно излагать результаты анализа задач динамического программирования и оптимального управления.	– методами формализации и приемами решения типовых задач динамического программирования и оптимального управления.

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:		
	знать	уметь	владеть
ПК-18. Способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.	– условия применимости и структуру моделей динамического программирования и оптимального управления, принципиальную схему решения соответствующих задач.	– строить и анализировать типовые модели динамического программирования и оптимального управления.	
ПК-19. Умение готовить научно-технические отчеты, презентации, научные публикации по результатам выполненных исследований			- методами изложения, презентации и защиты курсовой работы

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Современные математические методы в экономике» является обязательной, преподается в 5 семестре. Курсовая работа тематически привязана к дисциплине и принимается в 6-м семестре.

Дисциплины (практики), изучение которых необходимо для освоения дисциплины «Современные математические методы в экономике»: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Методы оптимальных решений», «Дифференциальные уравнения», «Макроэкономика», «Микроэкономика».

Дисциплины и практики, для которых полезны знания и умения, полученные в результате изучения дисциплины «Современные математические методы в экономике»: «Методы решения бизнес-задач», «Управление изменениями», «Математические модели экономики», «Экономико-математические модели в управлении предприятием», производственная практика по НИР, преддипломная практика, выполнение ВКР, прохождение государственной итоговой аттестации.

## 3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося

Для набора 2020 года:

Трудоемкость дисциплины – 3 зачетные единицы, 108 часов.

Форма промежуточной аттестации: дифференцированный зачет.

Вид деятельности	Семестр 5	Семестр 6
<b>Контактная работа, часов, в том числе:</b>	38	12
лекции	16	
практические занятия	16	
Инд. работа с преподавателем		10
груп. работа с преподавателем	4	
контактная работа при аттестации	2	2
консультации перед экзаменом	–	
<b>Самостоятельная работа, часов, в том числе:</b>	<b>34</b>	<b>24</b>
самостоятельная работа во время занятий	28	18
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	6	6
<b>Всего, часов</b>	<b>72</b>	<b>36</b>

Для набора 2018-2019 года:

Трудоемкость дисциплины – 3 зачетные единицы, 108 часов.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Вид деятельности	Семестр 5	Семестр 6
<b>Контактная работа, часов, в том числе:</b>	40	12
лекции	16	
практические занятия	16	
Инд. работа с преподавателем		10
груп. работа с преподавателем	4	
контактная работа при аттестации	2	2
консультации перед экзаменом	2	
<b>Самостоятельная работа, часов, в том числе:</b>	<b>32</b>	<b>24</b>
самостоятельная работа во время занятий	20	18
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	12	6
<b>Всего, часов</b>	<b>72</b>	<b>36</b>

Для набора 2017 года:

Трудоемкость дисциплины – 4 зачетные единицы, 144 часов.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Вид деятельности	Семестр 5	Семестр 6
<b>Контактная работа, часов, в том числе:</b>	76	12
лекции	32	
практические занятия	32	
Инд. работа с преподавателем		10
груп. работа с преподавателем	8	
контактная работа при аттестации	2	2
консультации перед экзаменом	2	
<b>Самостоятельная работа, часов, в том числе:</b>	<b>32</b>	<b>24</b>
самостоятельная работа во время занятий	20	18
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	12	6
<b>Всего, часов</b>	<b>108</b>	<b>36</b>

#### 4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 5 семестр

Содержание дисциплины «Современные математические методы в экономике»:

Содержание разделов	
1	Динамическое программирование
2	Элементы оптимального управления

##### Лекции (16 ч.)

Наименование и содержание темы	Объем, час
Раздел 1. Динамическое программирование.	
Модель динамического программирования: условия применимости, структура.	2
Уравнения Беллмана, метод динамического программирования.	2
Статические распределительные задачи, задача о ранце.	2
Распределение возобновляемого ресурса в динамике.	2
Раздел 2. Элементы оптимального управления.	

Задача оптимального управления: структура, варианты постановки. Гамильтониан.	2
Сопряженные переменные, принцип максимума, условия трансверсальности.	2
Необходимые условия оптимальности процесса.	2
Экономические интерпретации. Достаточные условия оптимальности процесса	2

#### Практические занятия (16 ч.)

Содержание практического занятия	Объем, час
Задача о распределении ресурсов (закупок): варианты постановки, решение	2
Задача о ранце: варианты постановки, решение	2
Задача о выборе проектов	2
Распределение воспроизводимого ресурса в динамике (линейный случай)	
Оптимальное управление: задачи без фазовых ограничений	4
Оптимальное управление: учет фазовых ограничений	4

#### Самостоятельная работа студентов (34 ч.)

Перечень занятий на СРС	Объем, час
Подготовка к практическим занятиям.	12
Подготовка к контрольной работе	6
Выполнение домашних заданий	4
Изучение теоретического материала, не освещаемого на лекциях	6
Подготовка к дифференцированному зачету	6

В 6 семестре происходит подготовка к сдаче курсовой работы.

### 5. Перечень учебной литературы

#### 5.1 Основная литература

1. Гимади Э. Х., Глебов Н. И. Математические модели и методы принятия решений. Новосибирск: НГУ, 2008. (46 экз.)
2. Сотсков А.И., Колесник Г. В. Оптимальное управление в примерах и задачах [пособие для студентов экономических специальностей вузов]. М.: Российская экономическая школа, 2002 (15 экз.)
3. Павлов В. Н. Математическая экономика. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2005. (224 экз.)
4. Балдин, К.В. Математическое программирование : учебник / К.В. Балдин, Н.А. Брызгалов, А.В. Рукосуев ; под общ. ред. К.В. Балдина. – 2-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2018. – 218 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112201> (дата обращения: 04.11.2020). – ISBN 978-5-394-01457-4. – Текст : электронный.

#### 5.2 Дополнительная литература

5. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979 (91 экз.)
6. Янг Л. Ч. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. М.: Мир, 1974. (15 экз.)
7. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. 2 изд. Москва: Наука, 1969 (13 экз.)

### 6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся

8. Хуторецкий А. Б. Современные математические методы в экономике. Конспект лекций. Файл размещен на Google-диске А. Б. Хуторецкого. Доступ по ссылке: <https://drive.google.com/file/d/0ByxJWQXDpSK7cmdfTGRyLXY0VzQ/view?usp=sharing>.
9. Хуторецкий А. Б. Современные математические методы в экономике. Материалы к семинарам. Файл размещен на Google-диске А. Б. Хуторецкого. Доступ по ссылке: <https://drive.google.com/file/d/0ByxJWQXDpSK7NUZiClJ6U0txaXM/view?usp=sharing9>.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

При освоении дисциплины используются следующие ресурсы:

- электронная информационно-образовательная среда НГУ (ЭИОС);
- Google-диск А. Б. Хуторецкого, <https://drive.google.com/drive/u/0/my-drive>.

Взаимодействие обучающегося с преподавателем (синхронное и / или асинхронное) осуществляется через личный кабинет студента в ЭИОС, электронную почту, Zoom.

Методические рекомендации по оформлению курсовой работы:

[www.nsu.ru/n/economics-department/education/theses/](http://www.nsu.ru/n/economics-department/education/theses/)

### **7.1 Современные профессиональные базы данных:**

Не используются

### **7.2 Информационные справочные системы**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Перечень программного обеспечения: Windows и Microsoft Office.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для реализации дисциплины «Современные математические методы в экономике» используются следующие специальные помещения:

1) учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации;

2) помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

## **10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Перечень результатов обучения по дисциплине «Современные математические методы в экономике» и индикаторов их достижения представлен в виде знаний, умений и владений в разделе 1.

### **10.1 Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Современные математические методы в экономике» осуществляется по балльно-рейтинговой системе и включает следующие оценочные средства.

**Текущий контроль успеваемости:** контрольная работа.

Контрольная работа проводится примерно в середине семестра в ходе назначаемой деканатом контрольной недели. Оценка контрольной работы составляет не более 50% итоговой оценки.

**Промежуточная аттестация по курсу «Современные математические методы в экономике»:** дифференцированный зачет. Не допускаю к дифференцированному зачету студентов, получивших за контрольную работу менее половины максимальной оценки.

**Промежуточная аттестация по курсовой работе:** дифференцированный зачет. Не допускаются к дифференцированному зачету студенты, не сдавшие текст курсовой работы на кафедру.

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Современные математические методы в экономике» осуществляется по балльно-рейтинговой системе в соответствии со следующей таблицей.

Оценочные средства	Баллы (максимум)
<b>Текущий контроль</b>	
Контрольная работа	50
<b>Промежуточная аттестация</b>	
Дифференцированный зачет	50
<b>Итого</b>	<b>100</b>

### Критерии и шкалы оценивания заданий из оценочных средств

Баллы, набранные за выполнение заданий текущего контроля и промежуточной аттестации, конвертируются в оценку по дисциплине следующим образом.

Итоговая сумма набранных баллов	Оценка
$\leq 40$	неудовлетворительно
от 40,1 до 60	удовлетворительно
от 60,1 до 80	хорошо
$\geq 80,1$	отлично

### Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по дисциплине

#### Критерии оценивания

Код компетенции	Результат обучения по дисциплине	Оценочное средство
ОК-7	– умение формализовать и проанализировать типичную задачу динамического программирования, интерпретировать результаты анализа	контрольная работа
	– умение формализовать и проанализировать типичную задачу оптимального управления (малой размерности, без фазовых ограничений), интерпретировать результаты анализа	дифференцированный зачет
ПК-17	– владение понятийным аппаратом динамического программирования и оптимального управления	контрольная работа, дифференцированный зачет
	– умение использовать необходимые условия оптимальности допустимого процесса для решения задачи оптимального управления	дифференцированный зачет
	– умение использовать достаточные условия оптимальности для обоснования оптимальности найденного процесса	дифференцированный зачет
ПК 18	– умение записать фазовое уравнение и уравнения Беллмана для задачи о ранце	контрольная работа
	– умение записать функцию Гамильтона, построить сопряженную систему дифференциальных уравнений, записать принцип максимума для данной задачи оптимального управления	дифференцированный зачет



Баллы, набранные за выполнение заданий текущего контроля и промежуточной аттестации, конвертируются в оценку по дисциплине следующим образом:

Итоговая сумма набранных баллов	Оценка
$\leq 40$	неудовлетворительно
от 40,1 до 60	удовлетворительно
от 60,1 до 80	хорошо
$\geq 80,1$	отлично

#### Шкала оценивания

Контрольная и зачетная работы состоят из заданий. Полное и обоснованное выполнение каждого задание включает некоторые шаги. За каждый такой шаг я устанавливаю максимальную оценку в баллах. Например: записать формулу (условие оптимальности, ограничение и т. п) – 2 балла; записать результат расчета или ответ на вопрос – 1 или 2 балла (в зависимости от сложности); обосновать расчет или ответ на вопрос, дать интерпретацию результата – 2 балла. Сумма этих оценок дает максимальную оценку за работу. При проверке работы невыполненные этапы не оцениваю, за мелкую погрешность вычитаю 0.5 балла (один раз, даже если она повторяется), за существенную ошибку – 1 балл. За особо удачные формулировки, оригинальные идеи, использование внепрограммного материала добавляю по одному баллу. Набранную сумму баллов масштабирую делением на максимальную сумму и умножением на 50.

#### *Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по сдаче курсовой работы*

##### Критерии оценивания

ПК 19	- владение методами изложения, презентации и защиты курсовой работы	дифференцированный зачет
-------	---	--------------------------

Критерии оценивания курсовой работы	Шкала оценивания
<p><b><u>Презентация исследования</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– полнота ответов на вопросы во время защиты;</li> <li>– подготовка качественной и логичной презентации, отражающей все этапы и результаты выполнения исследования, соблюдение регламента выступления.</li> </ul> <p><b><u>Текст курсовой работы</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оформление текста работы соответствует требованиям к оформлению курсовых работ</li> <li>– оригинальность текста более 70%</li> <li>– работа демонстрирует накопленный уровень компетенций.</li> </ul>	<p><i>Отлично</i> <b>80,1–100</b> баллов</p>
<p><b><u>Презентация исследования</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ответы на большинство вопросов во время защиты;</li> <li>– подготовка понятной презентации, отражающей все этапы и результаты выполнения исследования, соблюдение регламента выступления</li> </ul> <p><b><u>Текст курсовой работы</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оформление текста работы соответствует требованиям к оформлению курсовых работ</li> </ul>	<p><i>Хорошо</i> <b>60,1–80,0</b> баллов</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– оригинальность текста более 70%</li> <li>– работа демонстрирует накопленный уровень компетенций.</li> </ul>	
<p><b><u>Презентация исследования</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– не полные ответы на вопросы во время защиты;</li> <li>– подготовка презентации, отражающей не все этапы и результаты выполнения исследования, частичное соблюдение регламента выступления</li> </ul> <p><b><u>Текст курсовой работы</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оформление текста работы в основном соответствует требованиям к оформлению курсовых работ</li> <li>– оригинальность текста более 70%</li> <li>– работа демонстрирует накопленный уровень компетенций.</li> </ul>	<p><i>Удовлетворительно</i> от 40,1 до 60,0 баллов</p>
<p><b><u>Презентация исследования</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– отсутствие ответов на вопросы во время защиты или их неправоильность;</li> <li>– подготовка некачественной и нелогичной презентации, соблюдение регламента выступления.</li> </ul> <p><b><u>Текст курсовой работы</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– работа не сдана на кафедру</li> <li>– оригинальность текста менее 70%</li> <li>– работа не демонстрирует накопленный уровень компетенций.</li> </ul>	<p><i>Неудовлетворительно</i> менее 40,1 баллов</p>

### Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

#### Пример контрольной работы

Предприятие может выпускать неделимую продукцию пяти видов и имеет в плановом периоде заказы на  $n_i$  единиц продукции вида  $i$  ( $i \in \overline{1,5}$ ). Фонд рабочего времени в плановом периоде составляет  $W = 100$  единиц. Единица продукта  $i$  дает прибыль  $c_i$ , а ее производство требует  $w_i$  единиц рабочего времени. Предприятие стремится максимизировать прибыль. Значения  $n_i$ ,  $w_i$  и  $c_i$  представлены в таблице.

$i$	$n_i$	$w_i$	$c_i$
1	3	12	30
2	8	9	47
3	6	7	45
4	34	5	39
5	41	3	25

1. Формализуйте ситуацию в виде задачи оптимизации. К какому типу относится построенная модель?

2. Сформулируйте эквивалентную модель динамического программирования: укажите управляемые переменные и переменные состояния, исходное состояние, множество тер-

минальных состояний, множество допустимых управлений на шаге  $i$  в состоянии  $s$ , целевую функцию.

3 Запишите фазовое уравнение, уравнения Беллмана для шагов 1, 3 и 5.

4. Пусть  $Z_k^*(s)$  – функция Беллмана для шага  $k$ . Найдите  $Z_5^*(50)$ . Для каких значений аргумента нужно знать значения функции  $Z_4^*(s)$ , чтобы найти  $Z_3^*(20)$ ? (Ответы нужно обосновать.)

#### Пример зачетного задания

**Задание 5.** Дана задача оптимального управления: найти процесс  $\langle x(t), u(t), 0, t_1 \rangle$ , максимизирующий функционал

$$J(u) = \int_0^{t_1} [x(t) - 6u(t)] dt$$

при уравнениях связи  $x'(t) = 0,3u(t)$ , ограничениях на управление  $u(t) \in [0, 1]$  и граничных условиях  $x(0) = 1, x(t_1) = 200$ .

1. Запишите функцию Понтрягина и сопряженную систему дифференциальных уравнений.

2. Сформулируйте необходимые условия оптимальности процесса, покажите, что для данной задачи они являются также достаточными условиями оптимальности.

3. При каких значениях сопряженной переменной для оптимального процесса в невырожденном случае должно выполняться равенство  $u(t) = 0$ ?

4. Найдите оптимальное управление, оптимальную фазовую траекторию, оптимальное значение функционала.

Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации, предназначенные для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине «Современные математические методы в экономике» планируемым результатам освоения образовательной программы (в соответствии с образовательными стандартами), хранятся на кафедре-разработчике РПД в печатном и электронном виде.

**Лист актуализации рабочей программы дисциплины  
«Современные математические методы в экономике»**

№	Характеристика внесенных изменений (с указанием пунктов документа)	Дата и № протокола Ученого совета ЭФ	Подпись ответственного