

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский  
государственный университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)

Экономический факультет

---



Согласовано  
Декан ЭФ  
Богомолова Т.Ю.

подпись  
«19» \_\_\_\_\_ 10 \_\_\_\_\_ 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика

Направленность (профиль): Бизнес-информатика

Форма обучения: очная

Разработчик:

к.ф.-м.н., доцент Федоряева Т.И.

Зав. кафедрой ПММЭиП  
д.э.н., профессор Мкртчян Г.М.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося .....	4
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
5. Перечень учебной литературы .....	9
6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся..	9
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	10
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	10
9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	10
10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.....	11

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

**Цель дисциплины:** Целью курса «Дискретная математика» является углубленное изучение теоретического материала современной дискретной математики и решение типовых задач по основным разделам дискретной математики. Освоение данного курса способствует развитию алгоритмических навыков при решении практических задач, развивает умение предлагать подходящие методы решений экономических задач и проводить анализ полученных результатов.

### Основные задачи дисциплины:

- Познакомить студентов с широким кругом понятий и сведений из дискретной математики, необходимых будущему специалисту в области бизнес-информатики, а также овладеть навыками применения современных инструментов дискретной математики.
- Пополнить запас примеров и нетривиальных алгоритмов над объектами дискретной математики, позволяющих существенно обогатить навыки решения практических задач и конструирования алгоритмов.
- Сформировать мышление, позволяющее использовать методы дискретной математики при разработке эффективных алгоритмов для решения практических задач.

## Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:		
	знать	уметь	владеть
ОК-7 Способность к самоорганизации и самообразованию	- базовые понятия и основные теоремы дискретной математики - как использовать алгоритмы и методы дискретной математики для решения прикладных задач	- при выполнении домашних заданий, подготовке к коллоквиумам и контрольным работам научиться самостоятельно решать поставленные задачи - изучать основную и дополнительную литературу, а также приобрести навыки по правильному распределению времени. - уметь искать недостающую информацию, используя интернет-ресурсы	- навыками самоорганизации при решении конкретных задач - способностью к постановке целей исследования, обобщению и анализу информации - навыками поиска дополнительных источников информации - способностью к самообразованию посредством самостоятельного изучения учебной и научной литературы по дискретной математике
ПК-18 Способность использовать соответствующий	- понятийный аппарат дискретного анализа - как использовать	- логически верно доказывать различные утверждения,	- приемами решения экономических задач, опираясь на получен-

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:		
	знать	уметь	владеть
математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	приобретенные знания для анализа и решения практических задач - методы качественного анализа информации	связанные с использованием понятий и методов дискретного анализа - выбирать методы анализа данных, соответствующие цели исследования и имеющейся информации - логично и аргументированно формулировать выводы	ные знания - умением систематизировать полученную информацию по теме исследования для принятия правильных решений - навыками использования методов дискретного анализа и основ математического моделирования систем и процессов

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Курс «Дискретная математика» относится к обязательным дисциплинам образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика». Дискретная математика читается студентам 1 курса (первый семестр), обучающимся на направлении «Бизнес-информатика» экономического факультета НГУ (для студентов 2017-2018 года набора в 3-ем семестре).

Основные положения данной дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при изучении таких дисциплин, как математическая статистика, теория вероятностей, программирование, теория игр и методы оптимизации.

Курс «Дискретная математика» ориентирован на студентов, которым по роду их будущих занятий приходится иметь дело с эффективным использованием современной вычислительной техники, конструированием и анализом алгоритмов при решении различных практических задач. Полученные знания необходимы практикующему программисту, поскольку они существенно обогащают навыки конструирования алгоритмов и анализа данных.

## 3. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося

Для набора 2020 года:

Трудоемкость дисциплины – 4 з. е. (144 ч)

Форма промежуточной аттестации: **дифференцированный зачет**

Вид деятельности	Семестр
	<b>1</b>
<b>Контактная работа, часов, в том числе:</b>	74
лекции	32
практические занятия	32

групповая работа с преподавателем	8
контактная работа при аттестации	2
<b>Самостоятельная работа, часов, в том числе:</b>	70
самостоятельная работа во время занятий	64
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	6
<b>Всего, часов</b>	<b>144</b>

Для набора 2017-2019 года:

Трудоемкость дисциплины – 3 з. е. (108 ч)

Форма промежуточной аттестации: дифференцированный зачет

Вид деятельности	Семестр
	<b>1</b>
<b>Контактная работа, часов, в том числе:</b>	74
лекции	32
практические занятия	32
групповая работа с преподавателем	8
контактная работа при аттестации	2
<b>Самостоятельная работа, часов, в том числе:</b>	34
самостоятельная работа во время занятий	28
самостоятельная работа во время промежуточной аттестации	6
<b>Всего, часов</b>	<b>108</b>

**4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в часах		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа во время занятий
1	Множества, слова, отношения и функции	1	8	8	16
2	Комбинаторика	1	8	8	16
3	Теория графов	1	8	8	16
4	Булевы функции	1	8	8	16
	<b>Всего</b>		32	32	64

Содержание дисциплины Дискретная математика:

<b>Содержание разделов</b>	
1	<p><b>Множества, слова, отношения и функции.</b></p> <p>1.1. Элементы наивной теории множеств. Способы задания множества. Парадоксы наивной теории множеств.</p> <p>1.2. Множества и слова (аксиоматический подход Цермело-Френкеля). Аксиомы ZFC. Алфавит и слова. Формальные определения теоретико-множественных операций. Числовые множества. Алгебра множеств. Свойства теоретико-множественных операций.</p> <p>1.3. Отношения. n-местное отношение и его задание. Примеры. Алгебра бинарных отношений. Свойства операций на бинарных отношениях.</p>

	<p>Основные типы бинарных отношений. Рефлексивные, иррефлексивные, симметричные, антисимметричные, транзитивные отношения и их эквивалентные теоретико-множественные определения. Частичный порядок, линейный порядок, словарный порядок. Частично упорядоченное (линейно упорядоченное) множество. Диаграмма Хассе. Отношение эквивалентности и примеры.</p> <p>1.4. Отображения. Основные типы отображений: инъективные, сюръективные, биективные. Теоремы об инъективном и сюръективном отображениях. Алгебра отображений. Свойства композиции отображений. Обратная функция. Теорема об обратной функции.</p> <p>1.5. Разбиение и отношение эквивалентности. Определение и примеры. Теорема о связи между разбиениями множества и отношениями эквивалентности.</p> <p>1.6. Мощность. Отношение равномощности и его свойства. Кардинал. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества. Примеры. Диагональный метод Кантора. Мощность множества всех подмножеств заданного множества. Отношение сравнения мощностей. Обобщенный принцип Дирихле. Теорема Кантора-Бернштейна. Построение множества большей мощности.</p> <p>1.7. Система различных представителей. Интерпретации практических задач: задача о назначениях, задача о комиссиях, задача о свадьбах. Теорема Холла с алгоритмом поиска СРП.</p>
2	<p><b>Комбинаторика.</b></p> <p>2.1. Комбинаторные выборки. Выборка <math>k</math>-элементов из <math>n</math>-элементов. Выборки с повторениями и без повторяющихся элементов. Перестановки и сочетания. Примеры. Базовые принципы комбинаторики. Правила суммы и произведения. Комбинаторные числа. Теорема о числе перестановок и сочетаний в зависимости от их типа. Факториалы и биномиальные коэффициенты. Число двоичных векторов и число подмножеств.</p> <p>2.2. Комбинаторные формулы. Бином Ньютона. Комбинаторные тождества для биномиальных коэффициентов. Тождества симметрии, Паскаля, Вандермонда. Тождества замены и о числе подмножеств. Свойство унимодальности. Формула включений-исключений и ее применения. Теорема о раскладке по ящикам. Теорема о числе беспорядков.</p> <p>2.3. Комбинаторные подсчеты. Подсчеты слов. Подсчеты отображений в зависимости от их типа. Подсчеты подстановок. Числа Стирлинга первого рода и их свойства. Теорема о числе подстановок заданного типа.</p> <p>2.4. Разбиение множеств. Упорядоченные разбиения. Теорема о числе упорядоченных разбиений. Неупорядоченные разбиения. Числа Стирлинга второго рода. Рекуррентные соотношения для чисел Стирлинга. Числа Белла и их свойства. Применение чисел Стирлинга в алгебре. Линейное пространство многочленов. Разложение по двум базисам. Теорема о связи между числами Стирлинга первого и второго рода.</p> <p>2.5. Метод производящих функций. Производящая функция для числовой последовательности. Примеры. Алгебра производящих функций.</p>

	<p>Применение производящих функций для доказательства комбинаторных тождеств.</p> <p>Применение производящих функций для комбинаторного подсчета. Числа Каталана и их производящая функция.</p> <p>2.6. Решение рекуррентных соотношений.</p> <p>Линейное однородное рекуррентное соотношение и его обратная последовательность. Теорема о производящей функции обратной последовательности. Общее решение линейного однородного рекуррентного соотношения. Решение рекуррентных соотношений для известных комбинаторных чисел.</p> <p>Общее решение линейного неоднородного рекуррентного соотношения.</p>
3	<p><b>Теория графов.</b></p> <p>3.1. Язык теории графов.</p> <p>Основные понятия теории графов. Граф ориентированный и неориентированный, обыкновенный граф. Равенство графов.</p> <p>Способы задания графов.</p> <p>Степени вершин графа. Лемма о рукопожатиях и её следствия.</p> <p>Маршруты, цепи, циклы. Расстояние в графе и его свойства. Диаметрная цепь и диаметр графа. Лемма о цикле.</p> <p>Алгебра графов. Объединение, пересечение, соединение, декартово произведение графов. Дополнение графа. Операции удаления вершин и ребер, отождествление вершин. Примеры.</p> <p>3.2. Равенство и изоморфизм графов.</p> <p>Помеченные графы. Число помеченных графов. Мера оценки числа графов. Свойства почти всех графов. Теорема о диаметре почти всех графов.</p> <p>Изоморфизм графов. Матрицы смежности (инцидентности) изоморфных графов.</p> <p>3.3. Связность графов.</p> <p>Компоненты связности. Числа связности. Связность почти всех графов.</p> <p>Узкие места графов: точки сочленения и мосты, их эквивалентные определения.</p> <p>Оценки числа ребер графа через число вершин и число компонент связности графа.</p> <p>3.4. Деревья.</p> <p>Описание деревьев (эквивалентные определения). Код Прюфера и его свойства. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.</p> <p>3.5. Обходы графа.</p> <p>Пути и циклы Эйлера. Задача китайского почтальона. Теорема Эйлера. Алгоритм проверки эйлеровости связного графа и поиска эйлерова цикла. Алгоритм Флери.</p> <p>Эйлеровы графы и почти все графы (теорема Рейда).</p> <p>Разбиение графа на циклы. Условие разбиения псевдографа на простые циклы.</p> <p>Пути и циклы Гамильтона. Примеры. Теорема Оре. Теорема Дирака. Гамильтоновость и почти все графы.</p> <p>3.6 Планарность графа.</p> <p>Укладки графов. Укладка графа в трехмерное евклидово пространство и на сфере.</p> <p>Плоские и планарные графы. Планарность и почти все графы.</p> <p>Формула Эйлера и ее следствия. Гомеоморфные графы. Непланарность графов <math>K_5</math> и <math>K_{3,3}</math>. Критерий Понтрягина-Куратовского планарности графа. Алгоритм проверки планарности произвольного графа и поиска плоской укладки графа.</p> <p>3.7. Раскраски графа.</p> <p><math>k</math>-раскраска комбинаторных объектов графа и отношение их несовместности. Граф несовместности. Правильные вершинная, реберная раскраски графа и раскраска плоской карты. Практические задачи, связанные с такими раскрасками: задача о составлении расписания, задача назначения частоты, задача</p>

	<p>распараллеливания вычислений. Хроматическое число. k-хроматический граф. Характеризация бихроматических графов. Верхние оценки хроматического числа и их достижимость. Теорема Брукса. Жадный алгоритм вершинной раскраски графа. Хроматическое число почти всех графов. Хроматический индекс. Теорема Кенига о хроматическом индексе двудольного графа. Теорема Визинга об оценке хроматического индекса. Теорема Эрдеша о хроматическом индексе почти всех графов. Раскраска плоских карт. Теорема Хивуда. Критерий Крола 3-раскрашиваемости плоского графа. Проблема четырех красок.</p>
4	<p><b>Булевы функции.</b> 4.1. Способы задания булевых функций. Определение булевой функции. Существенные и фиктивные переменные n-местной булевой функции. Равенство булевых функций. Табличный способ задания булевых функций. Элементарные функции. Число всех булевых функций от n переменных и функций, существенно зависящих от каждой из переменных. Геометрическая интерпретация. Булевы функции как подмножества вершин булева куба. Формульное представление. Понятие формулы и ее глубины. Булевы формулы. Эквивалентность формул. Правила подстановки и замены. Основные эквивалентности формул. 4.2. Канонические представления. Разложения Шеннона. Первая и вторая теоремы Шеннона. Нормальные формы. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Совершенные нормальные формы СДНФ и СКНФ. Условие представимости булевой функции в СДНФ (СКНФ). Полином Жегалкина и методы его построения. Примеры. 4.3. Эквивалентные преобразования булевых формул. Алгоритмы приведения булевой формулы к каноническим представлениям. Теорема о семантической и синтаксической эквивалентности булевых формул. 4.4. Важнейшие классы булевых функций. Самодвойственные функции. Принцип двойственности. Число самодвойственных функций. Лемма о несамодвойственной функции. Функции, сохраняющие константу. Классы <math>T_0</math>, <math>T_1</math> и число булевых функций в них. Монотонные функции. Критерий монотонности булевой функции. Проблема Додекинда. Лемма о немонотонной функции. Линейные функции. Число линейных функций. Лемма о нелинейной функции. Замыкание и его свойства. Замкнутые классы булевых функций. Теорема о замкнутости основных классов. 4.5. Полные классы. Примеры. Теорема Поста. Теорема о базисе.</p>

#### Практические занятия (32 ч)

Содержание практического занятия	Объем, час
Решение задач по теме 1. Множества, слова, отношения и функции	8
Решение задач по теме 2. Комбинаторика	8
Решение задач по теме 3. Теория графов	8
Решение задач по теме 4. Булевы функции	8



Самостоятельная работа студентов (70 ч)

Перечень занятий на СРС	Объем, час
Подготовка к контрольным работам	10
Подготовка к коллоквиумам	22
Выполнение домашних заданий	32
Подготовка к дифференцированному зачету	6

## 5. Перечень учебной литературы

### 5.1 Основная литература

1. Окулов, С.М. Дискретная математика: теория и практика решения задач по информатике : [16+] / С.М. Окулов. – 4-е изд., электрон. – Москва : Лаборатория знаний, 2020. – 425 с. : ил. – (Педагогическое образование). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222848> (дата обращения: 04.11.2020). – Библиогр.: с. 414 - 415. – ISBN 978-5-00101-684-7. – Текст : электронный.
2. Андерсон Д.А. Дискретная математика и комбинаторика. М.: Издат. дом «Вильямс», 2004, 957 с. Режим доступа: <https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/detail?db=BOOKS&id=RU%5CNSU%5Cbooks%5C88746>
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2006. 416 с. Режим доступа: <https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/detail?db=EBS&id=RU%5CNSU%5Cebs%5C108>
4. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. Изд-во «Либроком», 2009, 384 с. Режим доступа: <https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/detail?db=BOOKS&id=RU%5CNSU%5Cbooks%5C19871>
4. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2008. 384 с. Режим доступа: <https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/detail?db=BOOKS&id=RU%5CNSU%5Cbooks%5C58339>

### 5.2 Дополнительная литература

5. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. М.: Наука, 2011. 356 с. Режим доступа: <https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/detail?db=BOOKS&id=RU%5CNSU%5Cbooks%5C26449>
6. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов. М.: Техносфера, 2012. 399 с. Режим доступа: <https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/detail?db=BOOKS&id=RU%5CNSU%5Cbooks%5C91828>
7. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970. 424 с. Режим доступа: <https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/detail?db=BOOKS&id=RU%5CNSU%5Cbooks%5C28833>

## 6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся

9. Федоряева Т.И. Комбинаторные алгоритмы: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2011, 118 с. [http://fit.nsu.ru/data /courses/niu/daio\\_komb\\_alg\\_uchpos.pdf](http://fit.nsu.ru/data /courses/niu/daio_komb_alg_uchpos.pdf)
10. Федоряева Т.И. Дискретная математика: учебное пособие. Новосибирск, подготовлено к печати, 2020, 242 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

Освоение дисциплины используются следующие ресурсы:

- электронная информационно-образовательная среда НГУ (ЭИОС);
- образовательные интернет-порталы;
- информационно-телекоммуникационная сеть Интернет.

Взаимодействие обучающегося с преподавателем осуществляется через электронную почту НГУ, Whatsapp, Google Meet.

<https://ruslan-neo.nsu.ru/pwb/> - электронная библиотека НГУ

<http://www.msu.ru/libraries/> - электронная библиотека МГУ

<http://www.spsl.nsc.ru/win/nelbib/index-new1.html> - портал ГПНТБ СО РАН

### **7.1 Современные профессиональные базы данных:**

- электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки (ЭБД РГБ);
- БД Web of Science компании Clarivate Analytics;
- БД Scopus (Elsevier);
- лицензионные материалы на сайте eLibrary.ru

### **7.2. Информационные справочные системы**

- информационная система Math-net.ru

### ***Полезные зарубежные электронные ресурсы в открытом доступе:***

*Авторитетные электронные зарубежные ресурсы, на которые НГУ имеет подписку:*

- электронные ресурсы компании EBSCO Publishing. <http://search.ebscohost.com/>
- издательство Springer <https://link.springer.com/>
- издательство Elsevier <http://www.sciencedirect.com/science/journal>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Перечень программного обеспечения:

Windows и Microsoft Office

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для реализации дисциплины «Дискретная математика» используются специальные помещения:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;

2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

## **10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Перечень результатов обучения по дисциплине «Дискретная математика» представлен в виде знаний, умений и владений в разделе 1.

### **10.1 Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Дискретная математика» осуществляется по балльно-рейтинговой системе и включает следующие оценочные средства:

#### **Текущий контроль успеваемости:**

После окончания темы (или нескольких тем) студентам предоставляется возможность самостоятельного решения задач (домашняя работа), изучение теоретического материала (написание коллоквиумов), а также проводится оценивание знаний студентов на практических занятиях (контрольная работа).

Оценка рассчитывается на основе суммы баллов, набранных на контрольных работах, коллоквиумах и баллов за активность на семинарских занятиях в течение семестра.

Итоговая оценка за семестр рассчитывается на основе полученной суммы баллов, и баллов, набранных при заключительном контроле знаний на зачете.

В таблицах приводится количество баллов, которое можно набрать в учебном семестре:

Текущий контроль				Зачет (дифференцированный)	Итого
Контрольные работы	Работа на семинарах	Коллоквиумы	Итого		
40	5	15	60	40	100

**Контрольные работы** являются обязательными для всех. Непосещение оценивается в **0** баллов. При наличии пропуска контрольной работы по уважительной причине для пропустивших студентов проводится дополнительная контрольная работа.

Баллы за активность на **семинарских занятиях** выставляются за решение задач у доски, решение задач повышенной сложности, участие в обсуждении, умение высказать свою точку зрения и т.д. Максимальное число баллов за активную работу на практических занятиях составляет 5 баллов.

#### **Промежуточная аттестация:**

Формой промежуточной аттестации по дисциплине является дифференцированный зачет, который проводится в устной форме. Максимальное количество баллов на зачете –

40. Таким образом, максимальное количество баллов, которые можно набрать по курсу – 100 баллов.

### Критерии и шкалы оценивания заданий из оценочных средств

Баллы, набранные за выполнение заданий текущего контроля и промежуточной аттестации, конвертируются в оценку по дисциплине следующим образом:

Итоговая сумма набранных баллов	Оценка
$\leq 40$	неудовлетворительно
от 40,1 до 60	удовлетворительно
от 60,1 до 80	хорошо
от 80,1 до 100	отлично

### Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по дисциплине

Таблица 10.1

Код компетенции	Результат обучения по дисциплине	Оценочное средство
ОК-7	Знание базовых понятий и основных теорем дискретной математики, использование алгоритмов и методов дискретной математики для решения прикладных задач	Домашняя работа Коллоквиум Контрольная работа Зачет
	Умение самостоятельно решать поставленные задачи, изучать основную и дополнительную литературу, а также приобрести навыки по правильному распределению времени. Умение искать недостающую информацию, используя интернет-ресурсы	Домашняя работа Контрольная работа
	Владение навыками самоорганизации при решении конкретных задач, способностью к постановке целей исследования, обобщению и анализу информации, навыками поиска дополнительных источников информации, способностью к самообразованию посредством самостоятельного изучения учебной и научной литературы по дискретной математике	Домашняя работа Коллоквиум Контрольная работа
ПК-18	Знание понятийного аппарата дискретного анализа, использования приобретенных знаний для анализа и решения практических задач, методов качественного анализа информации	Домашняя работа Коллоквиум Контрольная работа Зачет
	Умение логически верно доказывать различные утверждения, связанные с использованием понятий и методов дискретного анализа, выбирать методы анализа данных, соответствующие цели исследования и имеющейся информации, логично и аргументированно формулировать	Домашняя работа Коллоквиум

	<b>ВЫВОДЫ</b>	
	Владение приемами решения экономических задач, опираясь на полученные знания, умением систематизировать полученную информацию по теме исследования для принятия правильных решений, навыками использования методов дискретного анализа и основ математического моделирования систем и процессов	Домашняя работа Коллоквиум Контрольная работа

Для успешного освоения дисциплины «Дискретная математика» необходимо посещать все лекции и семинарские занятия, выполнять домашние задания. Подготовить и сдать все коллоквиумы. Хорошо написать контрольные работы, активно выступать на семинарах. Для успешной сдачи дифференцированного зачета необходимо тщательно подготовиться по указанному списку вопросов, знать основные определения и формулировки теорем, а также разбираться в доказательстве теорем и других основных утверждений.

Требования при подготовке к коллоквиумам:

1. Знать основные определения и формулировки теорем.
2. Уметь письменно грамотно излагать требуемые ответы на вопросы.

Требования при выполнении контрольных работ:

1. Хорошо подготовиться к контрольной работе, повторить все определения и теоремы для успешного решения задач.
2. При оформлении решения задач правильно излагать ход их решения, при использовании теорем аккуратно формулировать их.
3. Не пользоваться дополнительными источниками информации.

Требования при подготовке к дифференцированному зачету:

1. Знать определения и формулировки теорем.
2. Понимать изложенные доказательства теорем и других утверждений.
3. Грамотно отвечать на вопросы в билете, а также на дополнительные вопросы.

Таблица 10.2

<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>	<b>Шкала оценивания</b>
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b>  - умение решать стандартные задачи и задачи повышенной трудности по дискретной математике.  - правильное понимание заданий и логичное обоснование своих предлагаемых решений задач с использованием теоретических знаний.  – логичность и аргументированность полученных результатов,  - правильное выполнение всех пунктов заданий.  В выполненных заданиях обучающийся мог допустить принципиальные неточности.</p> <p><b><u>Качество написания коллоквиумов:</u></b>  - знание основных определений и формулировок лемм и теорем.</p>	<p><i>Отлично</i>  <b>80,1–100</b>  <b>баллов</b></p>

<p>- умение письменно грамотно излагать требуемые ответы на вопросы. В написании коллоквиумов обучающийся мог допустить непринципиальные неточности.</p> <p><b><u>Зачет:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знание определений и формулировок лемм и теорем.</li> <li>- понимание изложенных доказательств теорем и других утверждений.</li> <li>- грамотный и полный ответ на вопросы в билете.</li> <li>– умение сформулировать выводы.</li> <li>– наличие исчерпывающих ответов на дополнительные вопросы.</li> </ul> <p>При изложении ответа на теоретический вопрос обучающийся мог допустить непринципиальные неточности.</p>	
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- умение решать стандартные задачи по дискретной математике.</li> <li>- имеются незначительные погрешности в понимании заданий и логичном обосновании предлагаемых решений задач с использованием теоретических знаний.</li> <li>– есть неточности в аргументированности полученных результатов,</li> <li>- некоторые пункты заданий выполнены с непринципиальными ошибками.</li> </ul> <p><b><u>Качество написания коллоквиумов:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- имеются погрешности в формулировках основных определений и теорем.</li> <li>- наличие небольших затруднений в изложении ответов на вопросы.</li> <li>– не менее 80% ответов на вопросы должны быть правильными.</li> </ul> <p>В написании коллоквиумов обучающийся мог допустить принципиальные неточности.</p> <p><b><u>Зачет:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знание определений и формулировок теорем.</li> <li>- понимание изложенных доказательств теорем.</li> <li>- не совсем полный ответ на вопросы в билете.</li> <li>– наличие небольших ошибок в ответах на дополнительные вопросы.</li> </ul> <p>При изложении ответа на теоретический вопрос обучающийся мог допустить непринципиальные ошибки.</p>	<p><i>Хорошо</i> <b>60,1–80,0</b> баллов</p>
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- имеются серьезные ошибки при решении стандартных задач по дискретной математике.</li> <li>- есть значительные погрешности в понимании заданий и логичном обосновании предлагаемых решений задач.</li> <li>– есть частичная аргументированность полученных результатов,</li> <li>-некоторые пункты заданий выполнены с принципиальными ошибками.</li> <li>– фрагментарность решения заданий.</li> </ul> <p><b><u>Качество написания коллоквиумов:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- имеются серьезные ошибки в формулировках основных определений и теорем.</li> <li>- наличие фрагментарности в изложении ответов на вопросы.</li> <li>– не менее 60% ответов на вопросы должны быть правильными.</li> </ul> <p>В написании коллоквиумов обучающийся допустил принципиальные ошибки.</p> <p><b><u>Зачет:</u></b></p>	<p><i>Удовлетворительно</i> <b>от 40,1 до 60,0</b> баллов</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- неполное знание определений и формулировок теорем.</li> <li>-частичное непонимание изложенных доказательств теорем.</li> <li>- неполный ответ на вопросы в билете.</li> <li>– наличие существенных ошибок в ответах на дополнительные вопросы.</li> </ul> <p>При изложении ответа на теоретический вопрос обучающийся мог допустить принципиальные ошибки.</p>	
<p><b><u>Качество выполнения контрольных работ и домашних заданий:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- имеются грубые ошибки при решении стандартных задач по дискретной математике.</li> <li>- отсутствие понимания заданий и логичного обоснования предлагаемых решений задач.</li> <li>– есть грубые ошибки при аргументации полученных результатов,</li> <li>- фрагментарность решения заданий.</li> </ul> <p><b><u>Качество написания коллоквиумов:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- имеются грубые ошибки в формулировках основных определений и теорем.</li> <li>- наличие фрагментарности и необоснованности в изложении ответов на вопросы.</li> <li>– менее 50% ответов на вопросы правильные.</li> </ul> <p>При написании коллоквиумов большинство пунктов заданий не выполнено.</p> <p><b><u>Зачет:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- присутствие многочисленных ошибок в определениях и формулировках теорем.</li> <li>- непонимание изложенных доказательств теорем.</li> <li>- фрагментарный ответ на вопросы в билете.</li> <li>– отсутствие ответов на дополнительные вопросы.</li> </ul> <p>При изложении ответа на теоретический вопрос обучающийся допускает грубые ошибки.</p>	<p><i>Неудовлетворительно менее 40,1 баллов</i></p>

***Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения***

**Примеры задач для контрольных работ**

1. Докажите тождество, используя только определение операций над множествами:  
 $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .
2. Построить рефлексивное, антисимметричное, не транзитивное бинарное отношение.
3. Найти систему различных представителей для множеств :  
 $\{916\}, \{537\}, \{53\}, \{47\}, \{879\}, \{78496\}, \{62\}, \{34\}, \{58\}$ .
4. В компании 8 человек знают только английский язык, 7 человек владеют только французским языком. Сколькими способами можно составить группу переводчиков из 10 человек, чтобы хотя бы 5 из них знали английский язык.
5. Сколько неотрицательных целых чисел, меньших, чем миллион, содержат все цифры 1, 2, 3, 4.
6. Сколько шестизначных чисел содержат ровно три различные цифры.

7. Найти общий член  $a_n$  последовательности, для которой функция  $A(t)=(t+t^2+ \dots +t^n)^m$  является производящей.
8. Решить рекуррентное соотношение :  

$$a_{n+2} + 6a_{n+1} + 9a_n = n^2 - 5n + 1.$$
9. Сколько существует плоских корневых деревьев на  $n$  ребрах.
10. Найти количество  $n$ -значных чисел, состоящих из цифр 1,2,3, в которых любые две соседние цифры, а также первая и последняя различны.
11. Доказать, что граф Петерсена является вершинно-транзитивным .
12. Найти все попарно неизоморфные графы, являющиеся деревьями вместе со своими дополнениями.
13. Построить дерево, код Прюфера которого равен (2,3,4,2,6,6,8,9).
14. Какое наибольшее число точек сочленения может быть в нетривиальном  $n$ -вершинном графе, не обязательно связном.
15. Доказать или опровергнуть равенство для графов  $G, H, K$  :  

$$G \cup (H + K) = (G \cup H) + (G \cup K) .$$
16. Привести пример эйлера графа, не являющегося гамильтоновым и гамильтонова графа, не являющегося эйлеровым.
17. Доказать, что если граф эйлеров, то его реберный граф является эйлеровым и гамильтоновым.
18. Доказать, что в булевом кубе не существует гамильтоновой цепи с концами из одной доли.
19. Планарен ли простой регулярный граф степени 5, в котором 10 вершин.
20. Доказать, что не существует плоской карты государств, на которой все государства имеют ровно 6 соседей.
21. Является ли планарным граф  $(C_5 \times K_2) + K_1$  .
22. Описать (с точностью до изоморфизма) все связные графы с хроматическим индексом 2.
23. Доказать, что хроматический индекс  $k$ -регулярного двудольного графа равен  $k$ .
24. К функции  $f = ((z \rightarrow x) \oplus y) \sim ((x | y) \rightarrow z)$  найти двойственную в виде полинома Жегалкина.
25. Построить множество всех функций от переменных  $x_1, x_2$  и принадлежащих замыканию множества  $\{x_1 \& x_2, x_1 \oplus x_2\}$  .
26. Полна ли система функций  $\{\neg x, x \& (y \sim z) \sim y \& z, x \oplus y \oplus z\}$ .
27. Полна ли в  $P_2$  система  $(L \cap T_1 \cap T_0) \cup S \setminus (T_0 \cup T_1)$ .
28. Для функции  $f = (1100 1111 1010 0011)$  найти сокращенную ДНФ.

## Вопросы к коллоквиуму 1

### МНОЖЕСТВА, ОТНОШЕНИЯ, ФУНКЦИИ

Множество, подмножество, равенство множеств

Пересечение, объединение, декартово произведение, разность множеств

Теорема о свойствах теоретико-множественных операций

Бинарное отношение, обратное отношение, композиция отношений

Рефлексивность, симметричность, транзитивность бинарных отношений

Частичный порядок, линейный порядок, отношение эквивалентности

Инъективные, сюръективные, биективные отображения

Разбиение множества

Теорема о взаимно-однозначном соответствии между разбиениями и эквивалентностями

Равномощность множеств, мощность множества

Конечное и бесконечное множества. Счетное и несчетное множества



Теорема Кантора-Бернштейна  
Обобщенный принцип Дирихле  
Теорема Кантора  
Система различных представителей  
Теорема Холла

#### КОМБИНАТОРИКА

Перестановка, сочетание  
Правила суммы и произведения  
Теорема о числе перестановок и сочетаний  
Бином Ньютона  
Тождества симметрии, Паскаля, Вандермонда  
Теоретико-множественная формула включений-исключений  
Подстановка. Число Стирлинга первого рода  
Рекуррентное соотношение для чисел Стирлинга первого рода  
Число Стирлинга второго рода  
Рекуррентное соотношение для чисел Стирлинга второго рода  
Число Белла  
Теорема о связи между числами Стирлинга  
Производящая функция последовательности  
Теорема о единственности разложения производящей функции  
Линейное однородное рекуррентное соотношение  
Теорема о производящей функции возвратной последовательности  
Теорема об общем решении линейного однородного рекуррентного соотношения

#### Вопросы к коллоквиуму 2

#### ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Граф, мультиграф, псевдограф, смежные вершины, окружение вершины  
Двудольный граф, подграф, порожденный подграф  
Степень вершины, лемма о рукопожатиях  
Маршрут, цепь, простая цепь, простой цикл  
Объединение, пересечение, декартово произведение, соединение графов  
Теорема об эквивалентных определениях дерева  
Код Прюфера, теорема о коде Прюфера  
Теорема Кэли о помеченных деревьях  
Эйлеров граф, теорема Эйлера  
Гамильтонов граф, теоремы Оре и Дирака  
Планарный граф, плоский граф, формула Эйлера  
Гомеоморфизм графов, теорема Понтрягина-Куратовского  
Хроматическое число и хроматический индекс графа  
Теорема о бихроматических графах  
Теорема Кенига о хроматическом индексе  
Теорема Визинга  
Теорема Хивуда

#### БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Булева функция  
Существенная и фиктивная переменные  
Элементарные булевы функции двух переменных  
Теорема о числе булевых функций

Теорема о числе булевых функций, существенно зависящих от переменных  
Определение формулы  
Эквивалентность формул  
Теорема об основных эквивалентностях формул  
Первая и вторая теоремы Шеннона  
Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы  
Совершенная дизъюнктивная и совершенная конъюнктивная нормальные формы  
Теорема о представлении булевой функции в СДНФ и СКНФ  
Полином Жегалкина  
Теорема о полиноме Жегалкина  
Основные замкнутые классы булевых функций: самодвойственные, линейные, монотонные и функции, сохраняющие константу  
Теорема Поста

**Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету по всему курсу для проверки сформированности компетенций:**

Данные вопросы направлены на проверку сформированности знаний в результате освоения компетенций ОК-7 и ПК-18.

1. Аксиомы теории множеств
2. Теорема (свойства теоретико-множественных операций)
3. Теорема (свойства операций на бинарных отношениях)
4. Теорема об инъективном отображении
5. Теорема об эквивалентных условиях рефлексивности, симметричности, транзитивности бинарных отношений
6. Теорема (диагональный метод Кантора)
7. Теорема (обобщенный принцип Дирихле)
8. Теорема Кантора
9. Теорема (основные эквивалентности формул)
10. Алгоритм поиска системы различных представителей
11. Парадоксы наивной теории множеств
12. Теорема о числе перестановок и сочетаний
13. Теорема (бином Ньютона)
14. Основные комбинаторные тождества для биномиальных коэффициентов
15. Теорема (теоретико-множественная формула включений-исключений)
16. Теорема Холла
17. Теорема о числе слов длины  $m$  в  $n$ -буквенном алфавите
18. Теорема (рекуррентное соотношение для чисел Стирлинга 1 рода)
19. Теорема (рекуррентное соотношение для чисел Стирлинга 2 рода)
20. Доказательство тождества Вандермонда с помощью производящих функций
21. Теорема о производящей функции возвратной последовательности
22. Теорема о числе беспорядков
23. Теорема о числе отображений
24. Теорема (формула для числа Стирлинга второго рода)
25. Лемма (свойства функций для объединения, пересечения, разности)

- множеств)
26. Теорема о числе Белла
  27. Теорема (формула включений-исключений в терминах свойств)
  28. Теорема о связи между числами Стирлинга
  29. Теорема о производящей функции для чисел Каталана
  30. Теорема о производящей функции возвратной последовательности
  31. Теорема об общем решении для возвратной последовательности
  32. Лемма о рукопожатиях и ее следствия
  33. Теорема Эйлера (критерий эйлеровости графа)
  34. Теорема (эквивалентные определения дерева)
  35. Теорема (алгоритм Флери)
  36. Теорема Оре
  37. Теорема об укладке графа в трехмерное евклидово пространство
  38. Теорема (формула Эйлера) и ее следствия
  39. Теорема (непланарность графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ )
  40. Теорема о бихроматических графах
  41. Теорема Хивуда
  42. Теорема о коде Прюфера
  43. Теорема Понтрягина-Куратовского
  44. Алгоритм плоской укладки графа
  45. Теорема о числе помеченных графов
  46. Критерий изоморфности графов в терминах матриц смежности
  47. Теорема (оценка числа ребер графа через число вершин и число компонент связности графа)
  48. Лемма о свойствах кода Прюфера
  49. Теорема Кэли
  50. Лемма (правило подстановки для булевых функций)
  51. Теорема о числе булевых функций, существенно зависящих от  $n$  переменных
  52. Первая теорема Шеннона
  53. Теорема о полиноме Жегалкина
  54. Вторая теорема Шеннона
  55. Теорема (принцип двойственности)
  56. Лемма о несамодвойственной функции
  57. Лемма о немонотонной функции
  58. Теорема Поста
  59. Теорема (принцип двойственности)
  60. Теорема о представлении булевой функции в СДНФ и СКНФ

**Лист актуализации рабочей программы дисциплины  
«Дискретная математика»**

№	Характеристика внесенных изменений (с указанием пунктов документа)	Дата и № протокола Ученого совета экономического факультета	Подпись ответственного