Вариант 1

1. Решить неравенство

$$\frac{|x-5|}{(x^2-9x+20)} \geqslant 4.$$

2. Решить уравнение

$$\frac{4\cos(x)\cos(2x)\sin(3x)}{\sin(2x)} = 1.$$

3. В правильный треугольник ABC со стороной a вписаны три равные окружности, каждая из которых касается двух других и двух сторон треугольника ABC. Вычислить площадь фигуры, ограниченной этими тремя окружностями.

4. Найти все значения параметра a, для которых уравнение

$$2\lg(1-x) = \lg(x(1-a))$$

имеет единственное решение.

5. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 длины ребер равны 1. Точка K лежит на ребре C_1D_1, причем $C_1K = \frac{1}{3}$, а точка N — центр грани BCC_1B_1. Плоскость, проходящая через точки D, K и N, пересекает прямые AB и A_1C_1 в точках P и R соответственно. Найти длину отрезка PR.

Вариант 2

1. Решить неравенство

$$\frac{|x-3|}{(x^2-5x+6)} \geqslant 2.$$

2. Решить уравнение

$$\frac{4\sin(2x)\sin(5x)\sin(7x)}{\sin(4x)} = 1.$$

3. В прямоугольник $ABCD$, меньшая из сторон которого равна a, вписаны три равные окружности, каждая из которых касается двух других, одна касается сторон AB и AD, вторая касается сторон AD и CD, а третья — только одной стороны BC. Вычислить площадь фигуры, ограниченной этими тремя окружностями.

4. Найти все значения параметра a, для которых уравнение

$$\lg(ax) = 2\lg(x+1)$$

имеет единственное решение.

5. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 длины ребер равны 1. Точка K — середина ребра AD, а точка N — центр грани CDD_1C_1. Плоскость, проходящая через точки A_1, K и N, пересекает прямые B_1D_1 и AB в точках Q и S соответственно. Найти длину отрезка QS.