

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)

Факультет информационных технологий

СОГЛАСОВАНО

Декан ФИТ НГУ

М.М. Лаврентьев

«03»июля 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Алгебра и геометрия

Направление подготовки: 09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
Направленность (профиль): Программная инженерия и компьютерные науки

Форма обучения: очная

Год обучения: 1 семестр: 1, 2

№	Вид деятельности	Семестр	
		1	2
1	Лекции, час.	48	32
2	Практические занятия, час.	48	32
3	Лабораторные занятия, час.		
4	Занятий в контактной форме без учета промежуточной аттестации, час, из них	98	66
5	в электронной форме, час.		
6	из них аудиторных занятий, час.	96	64
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	48	32
8	консультаций, час.	2	2
9	Самостоятельная работа, час.	116	76
10	в том числе на выполнение письменных работ, час		
11	Форма аттестации (экзамен, зачет, дифференцированный зачет), час	Э 2	Э 2
12	Всего зачетных единиц ¹	6	4

Новосибирск 2019

¹ С учетом выделенных часов на промежуточную аттестацию

Рабочая программа дисциплины составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА.

Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА введен в действие приказом Минобрнауки от 19.09.2017 № 929.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1 Дисциплины (модули); обязательная часть, обязательная дисциплина.

Рабочая программа дисциплины утверждена решением Ученого совета факультета информационных технологий от 02.07.2019, протокол № 75.

Программу разработал:

профессор кафедры общей информатики ФИТ,
кандидат физико-математических наук

В.А. Чуркин

Заведующий кафедрой общей информатики ФИТ,
доктор физико-математических наук

Д.Е. Пальчунов

Ответственный за образовательную программу:

доцент кафедры систем информатики ФИТ,
кандидат технических наук

А.А. Романенко

Аннотация к рабочей программе дисциплины «Алгебра и геометрия»

Дисциплина «Алгебра и геометрия» реализуется в рамках образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата 09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, направленность (профиль): ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ по очной форме обучения на русском языке.

Место в образовательной программе: Дисциплина «Алгебра и геометрия» является базовой для многих дисциплин. Язык, понятия и основные результаты аналитической геометрии, линейной алгебры и теории чисел используются в таких дисциплинах как «Математический анализ», «Вычислительная математика», «Дифференциальные уравнения и теория функций комплексного переменного», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика», «Физика-1», «Физика-2», «Введение в теорию кодирования». Ее значение обусловлено также широким распространением на практике математических методов обработки и сохранения информации.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» реализуется в 1, 2 семестрах в рамках базовой части дисциплин (модулей) Блока 1 и является обязательной дисциплиной.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» направлена на формирование компетенций

Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1), в части следующих индикаторов достижения компетенции:

ОПК-1.1 Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

ОПК -1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования

Перечень основных разделов дисциплины:

Первый семестр начинается с изучения начал аналитической геометрии на основе школьной математики - это векторная алгебра в трехмерном евклидовом пространстве и метод координат для прямых и плоскостей, замечательные свойства эллипса, гиперболы, параболы и классификация плоских кривых второго порядка, замечательные свойства поверхностей второго порядка. Третий месяц обучения посвящен введению в абстрактную алгебру на аксиоматической основе: от алгебраических операций к основным алгебраическим структурам, группам, кольцам, полям, абстрактным векторным пространствам и абстрактным алгебрам к алгебре матриц, решению систем линейных уравнений и определителю матрицы. Четвертый месяц посвящен началам теории чисел: от алгоритма Евклида для поиска наибольшего общего делителя, решения линейных диофантовых уравнений и основной теоремы арифметики к модулярной арифметике, китайской теореме об остатках, малой теореме Ферма и функции Эйлера, криптографии с

открытым ключом, дискретному логарифму и символам Лежандра-Якоби для квадратичных уравнений по модулю n .

Второй семестр начинается с изучения в течение месяца алгебры многочленов: от многих общих свойств многочленов к теореме о существовании корней комплексных многочленов, конструкции факторалгебры алгебры многочленов, описанию и теореме единственности для всех конечных полей, решетке подполей конечного поля. Следующая тема – линейные операторы векторных пространств, их матрицы и классификация с точностью до подобия: собственные векторы и собственные значения, диагонализируемость оператора, жорданова нормальная форма (без доказательства), функции от матриц. Далее – аксиоматика и геометрия абстрактных евклидовых и эрмитовых пространств, классификация самосопряженных, ортогональных и унитарных операторов, сингулярное и полярное разложение матриц. Наконец, классификация квадратичных форм и канонизация квадратичных уравнений поверхностей второго порядка в общей и прямоугольной декартовой системе координат в n -мерном пространстве.

При освоении дисциплины студенты слушают и разбирают лекции, посещают практические занятия с целью обучения методам решения задач, ведут самостоятельную работу, выполняя домашние задания и изучая теорию. Основная цель --- освоение материала, подготовка к ежемесячным письменным потоковым контрольным работам и к экзаменам в сессию. Перед экзаменом проводятся консультации.

Общий объем дисциплины – 10 зачетных единиц (360 часов).

Правила аттестации по дисциплине. Текущий контроль по дисциплине «Алгебра и геометрия» осуществляется на практических занятиях в форме проверки домашнего задания и общем разборе некоторых нерешенных задач, но в основном, в форме ежемесячных письменных потоковых контрольных работ длительностью два академических часа. Каждое задание такой работы включает теоретическую часть, требующую точной формулировки четырех основных определений и теорем, доказательства одной из теорем и решения пяти новых задач разного уровня. Выполнение каждого пункта контрольной работы оценивается в баллах (формулировка определений и теорем максимум три балла, теорема с доказательством и решение задачи максимум шесть баллов). Для оценки «отлично» требуется набрать примерно три четверти общей суммы баллов, для оценки «хорошо» – от половины до трех четвертей, для оценки «удовлетворительно» – от четверти до половины, меньшая сумма оценивается как «неудовлетворительно». Общая сумма баллов, накопленная студентом за семестр по всем контрольным работам, по такому же правилу приводит к текущей оценке за семестр для каждого студента

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра и геометрия» проводится по завершению семестра. Промежуточная аттестация в сессию для всех студентов осуществляется в форме устного экзамена. Студенты, получившие по сумме баллов текущие оценки за семестр «отлично» и «хорошо» могут получить эти оценки автоматически как оценки экзамена промежуточной аттестации. Студенты, получившие оценку «хорошо», могут также претендовать на оценку «отлично» при успешном ответе на билет устного экзамена. Студенты, получившие по сумме баллов оценки «удовлетворительно» и «неудовлетворительно», сдают устный экзамен в обязательном порядке, отвечая на билет, включающий два теоретических вопроса и задачу, и представляющих все три главных раздела материала, изученного в семестре. Для уточнения оценки экзамена используются сумма баллов написанных потоковых работ, возможны и дополнительные вопросы или задачи. Оценка «отлично» соответствует

продвинутому уровню знаний и умений, оценка «хорошо» соответствует базовому уровню знаний и умений, оценка «удовлетворительно» соответствует пороговому уровню знаний и умений, которые необходимы для работы во втором семестре.

Итоговая оценка дисциплины – это оценка второго семестра.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Алгебра и геометрия» в электронной информационно-образовательной среде НГУ:

<https://www.nsu.ru/n/mathematics-mechanics-department/studentam/uchebnye-materialy/algebra-teoriya-algebraicheskikh-sistem-lineynaya-algebra-universalnaya-algebra/> 1) Чуркин В.А. Задача о подобии для линейных операторов, 2) Желябин В.Н., Чуркин В.А. Линейные преобразования евклидовых пространств, 3) Чуркин В.А. Месячные задания по алгебре, 4) Чуркин В.А. Базисы Грёбнера.

1. Внешние требования к дисциплине

Таблица 1.1

Компетенция ОПК- 1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, в части следующих индикаторов достижения компетенции:
ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования
ОПК- 1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования

2. Требования к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий		
	Лекции	Практики / семинары	Самостояте льная работа
ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования			
1. Знать определение и свойства скалярного, векторного и смешанного произведения геометрических векторов.	+	+	+
2. Знать уравнения прямых и плоскостей, формулы расстояний, углов, площадей, объемов.	+	+	+
3. Знать уравнения и замечательные свойства эллипса, гиперболы, параболы.	+	+	+
4. Знать уравнения и замечательные свойства поверхностей второго порядка.	+	+	+
5. Знать аксиоматику групп, колец, полей, векторных пространств, алгебр, операции с матрицами, определение общего решения и фундаментальной системы решений системы линейных уравнений, понятие размерности векторного пространства.	+	+	+
6. Знать определение детерминанта матрицы и его свойства, формулу разложения определителя по строке, формулу обращения матриц, формулы Крамера, теорему о ранге для матриц.	+	+	+
7. Знать алгоритм Евклида, свойства взаимно простых чисел и основную теорему арифметики.	+	+	+
8. Знать конструкцию кольца вычетов, китайскую теорему об остатках, малую теорему Ферма и функцию Эйлера, дискретный логарифм, символ Лежандра-Якоби и его свойства.	+	+	+
9. Уметь вычислять скалярное, векторное и смешанное произведение геометрических векторов.		+	+
10. Уметь задавать уравнениями прямые и плоскости в трехмерном пространстве, вычислять расстояния, углы, площади и объемы.		+	+
11. Уметь вычислять характеристики и канонические		+	+

уравнения кривых второго порядка.			
12. Уметь находить круговые сечения и прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.		+	+
13. Уметь оперировать с классами вычетов, комплексными числами и матрицами, находить общее решение и фундаментальную систему решений системы линейных уравнений методом Гаусса.		+	+
14. Уметь вычислять определитель, используя его свойства, обращать квадратные матрицы, вычислять ранг матрицы, используя элементарные преобразования и миноры.		+	+
15. Уметь вычислять НОД и решать линейные диофантовы уравнения.		+	+
16. Уметь обращать элементы в кольце вычетов, уметь использовать при решении полиномиальных уравнений в кольце вычетов китайскую теорему об остатках, функцию Эйлера, дискретный логарифм и символ Лежандра-Якоби.		+	+
ОПК- 1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования			
17. Знать простейшие свойства многочленов (теорему Безу, формулы Виета, Тейлора, интерполяционную формулу Лагранжа), теорему о корнях комплексных многочленов.	+	+	+
18. Знать конструкцию конечных полей в виде факторалгебр алгебры многочленов и теорему о порядке и единственности таких полей,	+	+	+
19. Знать связь между линейными операторами и матрицами, определение ядра и образа линейного отображения, невырожденного оператора.	+	+	+
20. Знать определение характеристического многочлена, собственных значений и собственных векторов линейного оператора, диагонализируемости оператора.	+	+	+
21. Знать определение и теорему о канонической форме для нильпотентных матриц, жорданову нормальную форму и определение функций от матриц.	+	+	+
22. Знать определения абстрактных евклидовых и эрмитовых пространств, процесс ортогонализации Грама-Шмидта, ортогональное дополнение к подпространству и ортогональное разложение пространства, матрицу Грама и выражение объема параллелепипеда через определитель Грама.	+	+	+
23. Знать теоремы о спектре и каноническом базисе самосопряженных, ортогональных и унитарных операторов, сингулярное и полярное разложение.	+	+	+
24. Знать приведение квадратичных форм к каноническому виду по Лагранжу и в главных осях, определение сигнатуры, теорему Якоби и критерий Сильвестра для вещественных квадратичных форм.	+	+	+
25. Знать теоремы о приведение уравнений второго порядка к каноническому виду в общей декартовой и прямоугольной системе координат.	+	+	+

26. Уметь делить многочлены с остатком, вычислять значения с помощью схемы Горнера, представлять многочлен по формуле Тейлора, отделять кратные корни, строить интерполяционные формулы, извлекать корни в поле комплексных чисел.		+	+
27. Уметь вычислять неприводимость многочленов над полем вычетов, обращать многочлены в факторалгебре алгебры многочленов, строить таблицы сложения и умножения для базиса факторалгебры.		+	+
28. Уметь вычислять матрицу линейного оператора в базисе, матрицу перехода от старого базиса к новому вычислять ядро и образ линейного отображения, заданного матрицей.		+	+
29. Уметь искать характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы линейного оператора, базис из собственных векторов для диагонализируемых операторов.		+	+
30. Уметь находить каноническую форму для нильпотентных операторов. Познакомиться с примером вычисления жордановой нормальной формы и функций от матриц.		+	+
31. Уметь строить ортогональные системы векторов с помощью процесса Грама-Шмидта, находить ортогональную проекцию вектора на подпространство, его ортогональную составляющую.		+	+
32. Уметь находить спектр и канонический базис для самосопряженных, ортогональных и унитарных операторов, норму, сингулярное и полярное разложение.		+	+
33. Уметь вычислять матрицу и приводить к каноническому виду квадратичные формы в произвольном и ортонормированном базисе.		+	+
34. Уметь канонизировать уравнения поверхностей второго порядка в общей декартовой и прямоугольной декартовой системе координат.		+	+

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения
Семестр: 1			
1. Векторная алгебра: геометрические векторы, скалярное, векторное и смешанное произведение, определители порядка 2 и 3.	0	8	1
2. Прямые и плоскости – метод координат, уравнения, расстояния, углы.	0	4	2
3. Эллипс, гипербола, парабола, канонические уравнения, характеристики, фокальные, директориальные и оптические свойства, канонизация кривых второго порядка.	0	8	3

4. Поверхности второго порядка: канонические уравнения и замечательные свойства эллипсоида, конуса, гиперboloидов и параболоидов.	0	4	4
5. Начала абстрактной алгебры: алгебраические операции, группы, кольца, поля, характеристика конечных полей, векторные пространства, абстрактные алгебры, поле комплексных чисел.	0	6	5
6. Алгебра матриц, системы линейных уравнений, метод Гаусса, описание множества решений, размерность пространства, суммы и пересечения подпространств, определитель матрицы порядка n , ранг матрицы.	0	8	6
7. Начала теории чисел: наибольший общий делитель и алгоритм Евклида, линейные диофантовы уравнения, основная теорема арифметики.	0	4	7
8. Модулярная арифметика: кольца и поля вычетов, китайская теорема об остатках, малая теорема Ферма и функция Эйлера, дискретный логарифм и символы Лежандра-Якоби.	0	6	8
Итого за семестр 1:		48	
Семестр: 2			
1. Алгебра многочленов и конструкция конечных полей: деление с остатком, корни и значения, формулы Виета, интерполяционные формулы, формула Тейлора, неприводимые многочлены, корни комплексных многочленов, факторалгебра по модулю данного многочлена, теорема о порядке, существовании и единственности конечных полей, подполя конечных полей.	0	8	17,18
2. Линейные операторы и матрицы: действие в координатах, замена матрицы при замене базиса, образ и ядро, невырожденные операторы, собственные векторы и собственные значения, характеристический многочлен, диагонализуемые операторы, жорданова нормальная форма (без доказательства), функции от матриц.	0	8	19,20,21
3. Линейные отображения евклидовых и эрмитовых пространств: аксиоматика пространств со скалярным произведением, сопряженные линейные отображения, самосопряженные, ортогональные, унитарные операторы, сингулярное и полярное разложение матриц, норма отображения.	0	10	22,23
4. Квадратичные и билинейные формы: канонизация квадратичных форм по Лагранжу над полем характеристики, не равной двум, вещественные квадратичные формы, положительная определенность и сигнатура, теорема Якоби и критерий Сильвестра, приведение к главным осям.	0	2	24
5. Канонизация уравнений поверхностей второго порядка: матричная запись квадратичного многочлена, аффинная и метрическая классификация поверхностей второго порядка в конечномерном вещественном пространстве, уравнение центров симметрии, разбор центрального случая и	0	4	25

нецентрального случая.			
Итого за семестр 2:		32	

Таблица 3.2

Темы практических занятий	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 1				
Тема 1. Геометрические векторы – сложение и умножение на скаляр, декартовы и другие системы координат ([1], гл. 1, п. 1, 3, 4; [5], гл. 1, п. 1, 2)	2	2	1, 9	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию, установить связь с задачами геометрии и механики. В частности, с поиском центра масс системы материальных точек.
Тема 2. Скалярное произведение геометрических векторов ([1], гл. 1, п. 4; [5], гл. 1, п. 4)	2	2	1, 9	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с задачами геометрии и механики. В частности, связь с понятием работы силы.
Тема 3. Векторное произведение геометрических векторов ([1], гл. 1, п. 4; [5], гл. 1, п. 4)	2	2	1, 9	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с задачами геометрии и механики, в частности, с понятием потока жидкости или газа.
Тема 4. Смешанное произведение геометрических векторов ([1], гл. 1, п. 4; [5], гл. 1, п. 4)	2	2	1, 9	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и ее связь с задачами геометрии и механики, в частности, с вычислением объема фигур.
Тема 5. Уравнения прямых и плоскостей, расстояние от точки до прямой (плоскости), расстояние между прямыми или плоскостями, вычисление углов ([1], гл. 1, п. 5, 6; [5], гл. 2, п. 2, 3)	4	4	2, 10	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с задачами геометрии и механики. В частности, научиться извлекать из уравнений

				геометрическую информацию, не зависящую от выбора системы координат.
Тема 6. Эллипс ([1], гл. 2, п. 2, 4; [5], гл. 3, п. 2)	2	2	3, 11	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с задачами геометрии и физики.
Тема 7. Гипербола ([1], гл. 2, п. 3, 4; [5], гл. 3, п. 2)	2	2	3, 11	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с задачами геометрии и физики.
Тема 8. Парабола ([1], гл. 2, п. 1; [5], гл. 3, п. 2)	2	2	3, 11	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с задачами геометрии и физики.
Тема 9. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду ([1], гл. 5, п. 1; [5], гл. 3, п. 1)	2	2	3, 11	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с задачами геометрии и физики.
Тема 10. Эллипсоиды и конусы ([1], гл. 7, п. 4, 3; [5], гл. 3, п. 4)	2	2	4, 12	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с приложениями в геометрии и физике.
Тема 11. Гиперболоиды и параболоиды, вырожденные поверхности ([1], гл. 7, п. 4, 5, 6, 1; [5], гл. 3, п. 4)	2	2	4, 12	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать ее связь с приложениями в геометрии и физике.
Тема 12. Начала алгебры: операции, структуры, изоморфизм, абелевы группы ([6], гл. 1, п. 1, 2).	2	2	5, 13	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать силу аксиоматического подхода к поиску общего в объектах практики.
Тема 13. Начала алгебры: кольца, поля, векторные пространства, алгебры, комплексные числа ([1], гл.	2	2	5, 13	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию и осознать

11, п. 1, 2, 3; [6], гл. 1, п. 3, 4, 7, 8; [5], гл. 6, п. 1)				силу аксиоматического подхода к поиску общего в объектах практики.
Тема 14. Алгебра матриц ([5], гл. 5, пар. 1, 2; [6], гл. 1, п. 9)	2	2	5, 13	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить операции в важной конкретной модели, широко связанной с приложениями.
Тема 15. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса ([5], гл. 5, п. 2, 6; [6], гл. 2, п. 1)	2	2	5, 13	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью определить совместность и описать все решения совместных систем, привести примеры приложений.
Тема 16. Определитель и ранг матрицы ([1], гл. 11, п. 6; [5], гл. 5, п. 5)	2	2	6, 14	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить теорию определителей и развить методы их вычислений.
Тема 17. Определитель и ранг матрицы ([1], гл. 11, п. 6; [5], гл. 5, п. 5)	2	2	6, 14	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью научиться обращать матрицы, вычислять их ранги и базисы системы строк или столбцов..
Тема 18. Целые числа – НОД и алгоритм Евклида, решение линейных диофантовых уравнений, основная теорема арифметики ([4], гл. 1, п. 1, 2, 3, 4, 5, 6)	2	2	7, 15	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью определить совместность, найти частное решение и задать все целочисленные решения совместных уравнений.
Тема 19. Кольца и поля вычетов, решение линейных уравнений ([4], гл. 3, п. 1, 2, 3, 4; гл. 4, п. 1, 2)	2	2	8, 16	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить примеры колец и полей, важных для приложений, научиться решать простейшие уравнения в таких кольцах.
Тема 20. Китайская теорема об остатках ([4], гл. 4, п. 3, 5)	2	2	8, 16	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью научиться решать алгебраические уравнения в

				кольцах вычетов, используя сведение к меньшим модулям.
Тема 21. Мультипликативная группа поля вычетов и дискретный логарифм ([4], гл. 3, п. 5, 6, гл. 6, п. 1, 2)	2	2	8, 16	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью научиться решать показательные уравнения в кольцах вычетов, используя дискретный логарифм.
Тема 22. Группы подстановок, разложение на циклы и транспозиции ([7], гл. 1, п. 8)	2	2	8, 16	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить основные действия с подстановками, в частности, с цикловым разложением, возведением в степень, вычислением декремента и четности, разложением на транспозиции.
Тема 23. Решение квадратичных уравнений в кольцах вычетов, символ Лежандра-Якоби ([4], гл. 5, п. 1, 2, 3)	2	2	8, 16	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью получить критерий разрешимости квадратичных уравнений в кольцах вычетов, используя символ Лежандра-Якоби.
Итого за семестр 1:	48	48		
Семестр: 2				
Тема 1. Алгебра многочленов: деление с остатком, корни и значения, формулы Виета, интерполяция, кратные корни и производная, формула Тейлора ([6], гл. 3, п. 1, 2)	2	2	17, 26	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить различные способы представления многочленов и решения алгебраических уравнений от одной переменной над полем.
Тема 2. Корни комплексных многочленов, разложение комплексных и вещественных многочленов на множители ([6], гл. 3, п. 3, 4)	2	2	17, 26	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью научиться возводить в степень и извлекать корни в поле комплексных чисел, используя геометрию на плоскости.
Тема 3. Конструкция конечных полей как факторалгебр алгебры многочленов над полем вычетов ([6], гл. 9, п. 5)	2	2	18, 27	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить конструкцию факторалгебры алгебры

				многочленов.
Тема 4. Теорема о порядке, единственности и существовании конечных полей ([6], гл. 9, п. 5)	2	2	18, 27	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить конструкцию конечных полей, решения в них алгебраических уравнений и описания решетки их подполей.
Тема 5. Линейные отображения и их матрицы, действие в координатах и замена матрицы при замене базисов ([1], гл. 8, п. 1-3; [5], гл. 6, п. 3)	2	2	19, 28	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить задание линейных отображений с помощью матриц, установить связи примерами из геометрии и анализа.
Тема 6. Образ и ядро линейного отображения ([1], гл. 8, п. 4; [5], гл. 6, п. 3)	2	2	19, 28	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить понятия и способы вычисления базисов образа и ядра, если отображение задано матрицей.
Тема 7. Характеристический многочлен, собственные векторы и значения, диагоналируемость ([1], гл. 8, п. 5; [5], гл. 6, п. 4)	2	2	20, 29	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить понятия, научиться вычислять характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы, если оператор задан матрицей. Разбирается пример, связанный с марковским процессом.
Тема 8. Жорданова нормальная форма (без доказательства), минимальный аннулирующий многочлен, вычисление многочленов, функций и рядов от матриц ([1], гл. 15, п. 1; [5], гл. 6, п. 7)	2	2	21, 30	Показывается пример вычисления жордановой формы матриц, пример вычисления многочленов, рядов и функций от матриц как части матричного анализа.
Тема 9. Аксиоматика пространств со скалярным произведением, процесс ортогонализации Грама-Шмидта ([1], гл. 16, п. 1, 2, 3; [5], гл. 7, п. 1, 4)	2	2	22, 31	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить понятия абстрактных евклидовых и эрмитовых пространств, алгоритм ортогонализации

				Грама-Шмидта, задач проецирования вектора на подпространство и наилучшего приближения.
Тема 10. Сопряженные операторы и отображения, самосопряженные операторы ([1], гл. 16, п. 4; [5], гл. 7, пар. 2, п. 1, 2)	2	2	23, 32	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью усвоить переход к сопряженному отображению, вычислить спектр и канонический базис для самосопряженных операторов.
Тема 11. Ортогональные и унитарные операторы ([1], гл. 16, п. 4, 5; [5], гл. 7, пар. 2, п. 4)	2	2	23, 32	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью вычислить спектр и канонический базис для изометрических операторов.
Тема 12. Норма линейного отображения, сингулярные числа и сингулярное разложение матрицы ([2], гл. 11, п. 29, [5], гл. 7, пар. 2, п. 5)	2	2	23, 32	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью вычислить норму, сингулярные числа и канонические базисы для линейных отображений евклидовых и эрмитовых пространств.
Тема 13. Канонизация билинейных и квадратичных форм ([1], гл. 14, п. 5; [5], гл. 6, пар. 6, гл. 7, п. 3)	2	2	24, 33	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью вычислить матрицу формы, правило замены матрицы при замене базиса, канонизации квадратичных форм по Лагранжу.
Тема 14. Вещественные квадратичные формы: сигнатура, теорема Якоби, критерий Сильвестра, приведение к главным осям ([1], гл. 14, п. 6-8; [5], гл. 6, пар. 6, гл. 7, пар. 2)	2	2	24, 33	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью канонизации квадратичных форм по теореме Якоби, использования критерия Сильвестра для положительной определенности формы, приведения к главным осям в евклидовом пространстве.
Тема 15. Канонизация поверхностей второго порядка в вещественном аффинном пространстве ([1], гл. 18, п. 1, 2; [5], гл. 8, пар. 2)	2	2	25, 34	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью канонизации квадратичных уравнений от нескольких

				переменных в аффинном пространстве.
Тема 16. Канонизация в прямоугольной системе координат (центральный и нецентральный случай) ([1], гл. 18, п. 2; [5], гл. 8, пар. 2)	2	2	25, 34	Обучающиеся решают практические задачи на указанную тему с целью канонизации квадратичных уравнений от нескольких переменных в евклидовом пространстве.
Итого за семестр 2:	32	32		

4. Самостоятельная работа студентов

Таблица 4.1

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 1				
1	Самостоятельная работа с учебным материалом: конспектами лекций, основной учебной литературой и дополнительной литературой.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16	36	0
	Изучение предлагаемых теоретически разделов в соответствии с настоящей Программой по конспектам лекций или по учебной литературе.			
2	Подготовка к практическим работам, к текущему контролю знаний.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16	56	0
	Разбор решенных задач, самостоятельное решение задач, подготовка к потоковым контрольным работам. По аналитической геометрии и началам алгебры (темы 1-17) см. решения типовых задач в задачнике [2] в разделе Решения. Начала теории чисел (темы 18-23) см. в задачнике [3].			
3	Подготовка к экзамену	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16	24	2
	Подготовка к экзамену по вопросам, представленным в фонде оценочных средств, являющихся приложением к рабочей программе дисциплины.			
Итого:			116	2
Семестр: 2				
1	Самостоятельная работа с учебным материалом: конспектами лекций, основной учебной литературой и дополнительной литературой.	17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34	16	0
	Изучение предлагаемых теоретических разделов в соответствии с настоящей Программой по конспектам лекций или по учебной литературе.			
2	Подготовка к практическим работам, к текущему контролю знаний.	17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34	36	0
	Разбор решенных задач, самостоятельное решение задач, подготовка к потоковым контрольным работам. Типовые задачи по алгебре многочленов и конечным полям (темы 1-4) можно найти в задачнике [8]. Типовые задачи и их решения (по остальным темам 5-16) можно найти в задачнике [2]. Рекомендуются также методические разработки, размещенные по адресу https://www.nsu.ru/n/mathematics-mechanics-			

department/studentam/uchebnye-materialy/algebra-teoriya-algebraicheskikh-sistem-lineynaya-algebra-universalnaya-algebra/ 1) Чуркин В.А. Задача о подобии для линейных операторов, (содержит задачи на темы 5, 6, 7, 8), 2) Желябин В.Н., Чуркин В.А. Линейные преобразования евклидовых пространств, (содержит задачи на темы 9, 10, 11, 12, 13, 14), 3) Чуркин В.А. Месячные задания по алгебре, (содержит трудные задачи по алгебре), 4) Чуркин В.А. Базисы Грёбнера (содержит обобщение алгоритма Евклида на алгебры многочленов от нескольких переменных).				
3	Подготовка к экзамену	17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34	24	2
	Подготовка к экзамену по вопросам, представленным в фонде оценочных средств, являющихся приложением к рабочей программе дисциплины.			
	Итого:		76	2

5. Образовательные технологии

В ходе реализации учебного процесса по дисциплине проводятся лекционные и семинарские занятия. Темы, рассматриваемые на лекциях и изучаемые самостоятельно, закрепляются на практических занятиях.

Для организации и контроля самостоятельной работы студентов, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (таблица 5.1).

Таблица 5.1

Информирование	Адрес почты – сообщается на первом занятии.
Консультирование	Адрес почты – сообщается на первом занятии.
Контроль	Адрес почты – сообщается на первом занятии.
Размещение учебных материалов	-

6. Правила аттестации студентов по учебной дисциплине

По дисциплине «Алгебра и геометрия» проводится текущая и промежуточная аттестация (итоговая по дисциплине).

Текущая аттестация по дисциплине «Алгебра и геометрия» осуществляется на практических занятиях и заключается в проверке выполнения домашнего задания, выдаваемого в течение семестра после каждого семинара. Основной контроль проводится в форме ежемесячных письменных потоковых контрольных работ длительностью два академических часа. Каждое задание такой работы включает теоретическую часть, требующую точной формулировки четырех основных определений и теорем, доказательства одной из теорем и решения пяти задач разного уровня. Выполнение оценивается в баллах (три балла за правильное определение или формулировку теоремы, шесть баллов за правильное решение задачи или правильное доказательство теоремы). Для оценки «отлично» требуется набрать примерно три четверти общей суммы баллов, для оценки «хорошо» – от половины до трех четвертей, для оценки «удовлетворительно» – от четверти до половины, меньшая сумма оценивается как «неудовлетворительно». Общая сумма баллов, накопленная за семестр, по такому же правилу приводит к оценкам текущей аттестации за семестр для каждого студента.

Работы проводятся по следующим темам:

- 1-я контрольная работа: скалярное, векторное и смешанное произведение геометрических векторов, прямые, плоскости, расстояния, углы
- 2-я контрольная работа: кривые и поверхности второго порядка в трехмерном пространстве
- 3-я контрольная работа: группы, кольца, поля, векторные пространства, алгебры, системы линейных уравнений, матрицы и определитель
- 4-я контрольная работа: алгоритм Евклида и линейные диофантовы уравнения, модулярная арифметика
- 5-я контрольная работа: алгебра многочленов, конструкции и свойства конечных полей
- 6-я контрольная работа: линейные операторы и матрицы, собственные векторы и собственные значения, функции от матриц
- 7-я контрольная работа: линейные операторы евклидовых и эрмитовых пространств, сингулярное разложение, канонизация квадратичных форм и уравнений второго порядка в n -мерном пространстве

Промежуточная аттестация в зимнюю сессию (и **итоговая** по дисциплине в летнюю сессию) проводится по завершению семестра в форме устного экзамена. Студент получает билет с двумя теоретическими вопросами по материалу семестра, а также дополнительную задачу по трем разным темам экзамена. Для уточнения оценки устного экзамена используются оценки написанных потоковых работ в семестре, возможны и дополнительные вопросы или задачи. Оценка «отлично» соответствует продвинутому уровню знаний и умений, оценка «хорошо» соответствует базовому уровню знаний и умений, оценка «удовлетворительно» соответствует пороговому уровню знаний и умений, которые необходимы для дальнейшей учебы. Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение промежуточной (итоговой) аттестации.

В таблице 6.1 представлено соответствие форм аттестации заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.1

Коды компетенций	Результаты обучения	Формы аттестации	
		Семестр 1	Семестр 2
		Экзамен	экзамен
ОПК-1	ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	+	

ОПК-1	ОПК-1.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования		+
--------------	---	--	---

Требования к оценочным средствам, а также критерии оценки сформированности компетенций и освоения дисциплины в целом, представлены в Фонде оценочных средств, являющемся приложением 1 к настоящей рабочей программе дисциплины.

7. Литература

1. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / П.С. Александров. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/493>. — Загл. с экрана.
2. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Беклемишева [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 496 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/109625>. — Загл. с экрана.
3. Блощицын, Виталий Яковлевич. Сборник задач по теории чисел : учебное пособие : [для студентов 1 курса механико-математического факультета НГУ] / В.Я. Блощицын ; Федер. агентство по образованию, Новосиб. гос. ун-т, Мех.-мат. фак. Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2010. 239 с. : табл. ; 20 см. URL: <http://e-lib.nsu.ru/dsweb/Get/Resource-2976!/page00000.pdf>
4. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.М. Виноградов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46>. — Загл. с экрана.
5. Беклемишев, Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник : [для студентов университетов, технических вузов] / Д.В. Беклемишев. Изд. 15-е, стер. Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2018. 444 с. : ил. ; 21 см. (Учебники для вузов, Специальная литература) ISBN 978-5-8114-1844-2. (89 экз)
6. Винберг, Эрнест Борисович. Курс алгебры : [учебник для вузов] / Э.Б. Винберг. 3-е изд., перераб. и доп. Москва : Факториал Пресс, 2002. 544 с. : ил. ; 21 см. (Университетский учебник) . ISBN 5-88688-060-7. (176 экз.)
7. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : учебник для студентов университетов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика" : [в 3 ч.] / А.И. Кострикин. [Новое изд.]. Москва : Изд-во МЦНМО, 2009-. ; 22 см. ISBN 978-5-94057-452-1. Ч.1: Основы алгебры. 2009. 271 с. : ил. ISBN 978-5-94057-453-8. (100 экз.)
8. Сборник задач по алгебре : [учебник для студентов математических факультетов университетов и педагогических институтов : в 2 т. / А.И. Кострикин, В.А. Артамонов,

Ю.А. Бахтурин и др.] ; под ред. А.И. Кострикина. Москва : Физматлит, 2007. (281-1 т. и 147 экз – 2 т.)

8. Учебно-методическое и программное обеспечение дисциплины

8.1. Учебно-методическое обеспечение

1. Чуркин В.А. Задача о подобии для линейных операторов: Учебно-методическое пособие для студентов 1 курсов механико-математических факультетов/ Новосибирский государственный университет, 38 стр. Размещена в открытом доступе на сайте <https://www.nsu.ru/n/mathematics-mechanics-department/studentam/uchebnye-materialy/algebra-teoriya-algebraicheskikh-sistem-lineynaya-algebra-universalnaya-algebra/>

2. Желябин В.Н., Чуркин В.А. Линейные преобразования евклидовых пространств: Учебно-методическое пособие для студентов 1 курсов механико-математических факультетов/ Новосибирский государственный университет, 54 стр. Размещена в открытом доступе на сайте <https://www.nsu.ru/n/mathematics-mechanics-department/studentam/uchebnye-materialy/algebra-teoriya-algebraicheskikh-sistem-lineynaya-algebra-universalnaya-algebra/>

3. Чуркин В.А. Базисы Грёбнера: Учебно-методическое пособие для студентов 1 курсов механико-математических факультетов/ Новосибирский государственный университет, 36 стр. Размещена в открытом доступе на сайте <https://www.nsu.ru/n/mathematics-mechanics-department/studentam/uchebnye-materialy/algebra-teoriya-algebraicheskikh-sistem-lineynaya-algebra-universalnaya-algebra/>

8.2. Программное обеспечение

Для обеспечения реализации дисциплины используется стандартный комплект программного обеспечения (ПО), включающий регулярно обновляемое лицензионное ПО Windows и MS Office.

Специализированное программного обеспечения для изучения дисциплины не требуется.

9. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Профессиональные базы данных не требуются.

Для освоения дисциплины можно использовать <http://e.lanbook.com/> – электронно-библиотечная система «Лань» <https://www.nsu.ru/n/mathematics-mechanics-department/studentam/uchebnye-materialy/algebra-teoriya-algebraicheskikh-sistem-lineynaya-algebra-universalnaya-algebra/> – Учебные материалы НГУ

10. Материально-техническое обеспечение

Таблица 10.1

№	Наименование	Назначение
1	Презентационное оборудование (мультимедиа-проектор, экран, компьютер для управления)	Для проведения лекционных занятий
2	Компьютерный класс (с выходом в Internet)	Для организации самостоятельной работы обучающихся

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)

Факультет информационных технологий

СОГЛАСОВАНО

Декан ФИТ НГУ



М.М. Лаврентьев

«03» июля 2019г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
по дисциплине Алгебра и геометрия

Направление подготовки: 09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Направленность (профиль): Программная инженерия и компьютерные науки

Квалификация: бакалавр

Форма обучения: очная

Год обучения: 1, семестр 1, 2

Форма аттестации	Семестр
Экзамен	1
Экзамен	2

Новосибирск 2019

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине является **Приложением 1** к рабочей программе дисциплины «Алгебра и геометрия», реализуемой в рамках образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, направленность (профиль): Программная инженерия и компьютерные науки.

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине утвержден решением ученого совета факультета информационных технологий, протокол № 75 от 02.07.2019.

Разработчики:

профессор кафедры общей информатики ФИТ,
кандидат физико-математических наук


В.А. Чуркин

Заведующий кафедрой общей информатики ФИТ,
доктор физико-математических наук

 Д.Е. Пальчунов

Ответственный за образовательную программу:
доцент кафедры систем информатики ФИТ,
кандидат технических наук


А.А. Романенко

1. Содержание и порядок проведения промежуточной аттестации по дисциплине

1.1. Общая характеристика содержания промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра и геометрия» проводится по завершению периода освоения образовательной программы (семестра) для оценки сформированности компетенций в части следующих индикаторов достижения компетенции (таблица П1.1).

Таблица П1.1

Код	Компетенции, формируемые в рамках дисциплины «Алгебра и геометрия»	Семестр 1	Семестр 2
		Экзамен	Экзамен
	ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности		
ОПК-1.1	Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	+	
ОПК-1.2	Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования		+

Тематика экзаменационных вопросов и заданий экзамена соответствуют следующим разделам (темам) дисциплины «Алгебра и геометрия» в первом семестре: векторная алгебра, прямые и плоскости, эллипс, гипербола, парабола, поверхности второго порядка, начала абстрактной алгебры, алгебра матриц, начала теории чисел, модулярная арифметика. Во втором семестре это темы: алгебра многочленов и конструкция конечных полей, линейные операторы и матрицы, линейные отображения евклидовых и эрмитовых пространств, квадратичные и билинейные формы, канонизация уравнений поверхностей второго порядка.

1.2. Порядок проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине «Алгебра и геометрия» осуществляется на практических занятиях в форме проверки домашнего задания и общем разборе некоторых нерешенных задач, но в основном, в форме *письменных потоковых контрольных работ* длительностью два академических часа (4 в первом семестре и 3 во втором семестре). Каждое задание такой работы включает теоретическую часть, требующую точной формулировки четырех основных определений и теорем, доказательства одной из теорем и решения пяти новых задач разного уровня. Выполнение каждого пункта контрольной работы оценивается в баллах (формулировка определений и теорем максимум три балла, теорема с доказательством и решение задачи максимум шесть баллов).

Для оценки «отлично» требуется набрать примерно три четверти общей суммы баллов, для оценки «хорошо» – от половины до трех четвертей, для оценки «удовлетворительно» – от четверти до половины, меньшая сумма оценивается как «неудовлетворительно». Общая сумма баллов, накопленная студентом за семестр по всем контрольным работам, по такому же правилу приводит к текущей оценке за семестр для каждого студента

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра и геометрия» проводится по завершению семестра. Промежуточная аттестация в сессию для всех студентов осуществляется в форме *устного экзамена*. Студенты, получившие по сумме баллов текущие оценки за семестр «отлично» и «хорошо» могут получить эти оценки автоматически как оценки экзамена промежуточной аттестации. Студенты, получившие оценку «хорошо», могут также претендовать на оценку «отлично» при успешном ответе на билет устного экзамена. Студенты, получившие по сумме баллов оценки «удовлетворительно» и «неудовлетворительно», сдают устный экзамен в обязательном порядке, отвечая на экзаменационный билет, включающий два теоретических вопроса и задачу, и представляющих все три главных раздела материала, изученного в семестре. Для уточнения оценки экзамена используются сумма баллов написанных потоковых работ, возможны и дополнительные вопросы или задачи. Во время проведения экзамена студенту разрешается использовать калькуляторы.

Оценка «отлично» соответствует продвинутому уровню знаний и умений, оценка «хорошо» соответствует базовому уровню знаний и умений, оценка «удовлетворительно» соответствует пороговому уровню знаний и умений. Итоговая оценка дисциплины – это оценка устного экзамена второго семестра.

2. Требования к структуре и содержанию фонда оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

Перечень оценочных средств, применяемых на каждом этапе проведения промежуточной аттестации по дисциплине, представлен в таблице П1.2.

Таблица П1.2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	Экзаменационный билет	Комплекс вопросов и типовая задача	Список теоретических вопросов

2.1 Требования к структуре и содержанию оценочных средств аттестации

2.1.1 Форма и перечень вопросов экзаменационного билета

Форма экзаменационного билета

Таблица П1.3

Новосибирский государственный университет	
Экзамен	
Алгебра и геометрия	
<small>наименование дисциплины</small>	
09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА	
Программная инженерия и компьютерные науки	
<small>наименование образовательной программы</small>	
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №	
1. Вопрос из категории 1 или 2	
2. Вопрос из категории 2 или 3	
3. Задача из категории 1, 2 или 3	
Составитель	В.А. Чуркин
_____	(подпись)
Ответственный за образовательную программу	А.А. Романенко
_____	(подпись)
« ____ » _____ 20 ____ г.	

Набор экзаменационных билетов формируется и утверждается в установленном порядке в начале учебного года при наличии контингента обучающихся, завершающих освоение дисциплины «Алгебра и геометрия» в текущем учебном году. Два вопроса и задача билета должны охватывать все три категории тем, изучаемых в семестре.

Перечень вопросов экзамена в **сессию 1 семестра**, структурированный по категориям, представлен в таблице П1.4.

Таблица П1.4

Категория	Формулировка вопроса
Категория 1 (ОПК-1.1)	Вопрос 1. Геометрические векторы: определение, операции сложения векторов и умножения вектора на вещественное число, свойства операций.

Вопрос 2. Линейные комбинации геометрических векторов, линейная зависимость и независимость, базис и единственность разложения вектора по базису, преобразование координат при сложении векторов и умножении на число.

Вопрос 3. Декартова система координат: координаты точки и вектора, заданного двумя точками. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат: определение, связь с декартовыми координатами.

Вопрос 4. Центр масс конечной системы материальных точек: деление отрезка в данном отношении, определение и теорема о центре масс.

Вопрос 5. Скалярное произведение геометрических векторов: определение и основные свойства, скалярное произведение линейных комбинаций, формула скалярного произведения в координатах в ортонормированном базисе, выражение длины вектора и угла между ненулевыми векторами через скалярное произведение, формулы ортогональной проекции вектора на направление ненулевого вектора и разложения вектора по ортогональному базису.

Вопрос 6. Векторное произведение геометрических векторов: определение, основные свойства, векторное произведение линейных комбинаций, формула векторного произведения в правом ортонормированном базисе, ориентированная площадь параллелограмма на плоскости и определитель второго порядка.

Вопрос 7. Смешанное произведение геометрических векторов: определение, основные свойства, связь с ориентируемым объемом параллелепипеда и выражение через координаты в правом ортонормированном базисе в виде определителя третьего порядка.

Вопрос 8. Дополнительные свойства векторного произведения: двойное векторное произведение, тождество Якоби, скалярное произведение двух векторных произведений, формула косинусов сферической геометрии, векторное произведение и формулы Крамера.

Вопрос 9. Замена координат вектора и точки при замене базиса и декартовой системы координат, вид параллельных переносов, поворотов, отражений и сжатий плоскости в координатах.

Вопрос 10. Уравнения прямой на плоскости: общее, нормальное, в отрезках координатных осей, параметрические, каноническое, по двум точкам, через определители

тель.

Вопрос 11. Уравнения плоскости в пространстве: общее, нормальное, в отрезках координатных осей, параметрические, каноническое, по трем точкам, через определитель.

Вопрос 12. Уравнения прямой в пространстве: задание системой двух линейных уравнений, параметрические уравнения, каноническое, по двум точкам.

Вопрос 13. Формулы расстояний между двумя точками, от точки до прямой на плоскости, от точки до плоскости в пространстве, от точки до прямой в пространстве, между параллельными и скрещивающимися прямыми в пространстве.

Вопрос 14. Вычисление углов между двумя ненулевыми векторами, между прямыми на плоскости, между плоскостями в пространстве, между прямой и плоскостью в пространстве.

Вопрос 15. Определение алгебраической кривой на плоскости, теорема о порядке алгебраической кривой.

Вопрос 16. Эллипс: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокальное, директориальное и оптическое свойства.

Вопрос 17. Гипербола: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокальное, директориальное и оптическое свойства.

Вопрос 18. Парабола: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокально-директориальное и оптическое свойства.

Вопрос 19. Приведение общего уравнения кривой второго порядка на плоскости к каноническому виду --- вывод уравнений центров симметрии.

Вопрос 20. Приведение общего уравнения кривой второго порядка на плоскости к каноническому виду --- центральный случай.

Вопрос 21. Приведение общего уравнения кривой второго порядка на плоскости к каноническому виду --- нецентральный случай.

Вопрос 22. Эллипсоид: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, теорема о круговых сечениях.

Вопрос 23. Конус: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о плоских сечениях кругового конуса (шары Данделена).

	<p>Вопрос 24. Однополостный и двуполостный гипербо- лоиды: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о прямолинейных образующих.</p> <p>Вопрос 25. Эллиптический и гиперболический парабо- лоиды: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о прямолинейных образующих.</p> <p>Вопрос 26. Классификация и вид цилиндрических по- верхностей.</p>
<p>Категория 2 (ОПК-1.1)</p>	<p>Вопрос 27. Алгебраические операции, алгебраические структуры, изоморфизм.</p> <p>Вопрос 28. Абелевы группы, кольца, поля: аксиомати- ка, простейшие следствия аксиом, примеры, кольца вы- четов (без доказательства), делители нуля и характери- стика поля.</p> <p>Вопрос 29. Векторные пространства: аксиоматика, примеры, простейшие следствия аксиом, базисы и тео- рема об изоморфизме координатным пространствам над полем.</p> <p>Вопрос 30. Алгебры: аксиоматика, примеры, теорема о задании алгебр произведениями базисных элементов.</p> <p>Вопрос 31. Теорема о поле комплексных чисел.</p> <p>Вопрос 32. Теорема об алгебре матриц.</p> <p>Вопрос 33. Системы линейных уравнений и метод Гаусса: приведение матриц к ступенчатому и разрешен- ному виду, критерий совместности и общее решение совместной системы линейных уравнений.</p> <p>Вопрос 34. Однородные и неоднородные системы ли- нейных уравнений: геометрическое описание множе- ства решений и фундаментальные системы решений однородных систем.</p> <p>Вопрос 35. Теорема о корректности понятия размер- ности векторного пространства.</p> <p>Вопрос 36. Подпространства: линейная оболочка и ранг системы векторов, теорема о размерности и базисе под- пространства конечномерного пространства.</p> <p>Вопрос 37. Сумма и пересечение подпространств: определение и теорема о размерности суммы; прямые суммы: определение и критерий на языке пересечений.</p> <p>Вопрос 38. Перестановки и определитель матрицы как функция системы ее строк, теорема о существовании и единственности.</p> <p>Вопрос 39. Дополнительные свойства определителя: поведение при элементарных преобразованиях системы</p>

	<p>строк, определитель треугольной матрицы, транспонированной матрицы, полураспавшейся матрицы, произведения матриц.</p> <p>Вопрос 40. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу), формула для обратной матрицы, формулы Крамера в общем случае.</p> <p>Вопрос 41. Определения трех рангов и теорема о ранге для матриц над полем.</p>
<p>Категория 3 (ОПК-1.1)</p>	<p>Вопрос 42. Кольцо целых чисел: теорема о делении с остатком.</p> <p>Вопрос 42. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида.</p> <p>Вопрос 43. Критерий разрешимости линейного диофантова уравнения и алгоритм поиска частного решения.</p> <p>Вопрос 44. Свойства взаимно простых чисел.</p> <p>Вопрос 45. Общее решение линейного диофантова уравнения.</p> <p>Вопрос 46. Основная теорема арифметики.</p> <p>Вопрос 47. Конструкция кольца вычетов по модулю n, критерий обратимости числа по модулю n, поле вычетов.</p> <p>Вопрос 48. Китайская теорема об остатках (древняя и современная формы), сведение к попарно взаимно простым и примарным модулям.</p> <p>Вопрос 49. Представление арифметики чисел порядка 10^{90} в 64-х разрядной бинарной арифметике.</p> <p>Вопрос 50. Определение и теорема о вычислении функции Эйлера, теорема об общем периоде элементов конечной абелевой группы, малая теорема Ферма и ее обобщение -- формула Эйлера.</p> <p>Вопрос 51. Описание <i>RSA</i>-криптографии с открытым ключом.</p> <p>Вопрос 52. Определение порядка элемента группы и леммы 1 и 2 о свойствах порядка элемента.</p> <p>Вопрос 53. Теорема о цикличности конечной подгруппы мультипликативной группы поля, дискретный логарифм и его свойства.</p> <p>Вопрос 54. Простые числа: бесконечность и критерий простоты через биномиальные коэффициенты.</p> <p>Вопрос 55. Группы подстановок: определение, правило умножения и теорема о групповой структуре, знак подстановки и его мультипликативность, разложение на циклы и транспозиции, знак и количество транспозиций</p>

	<p>в разложении.</p> <p>Вопрос 56. Определение символа Лежандра--Якоби (по Золотареву), периодичность по числителю, мультипликативность, критерий разрешимости квадратичного уравнения по простому модулю.</p> <p>Вопрос 57. Определение символа Лежандра--Якоби (по Золотареву), лемма 1 (о переменах знаков) и вычисление символов -1 и 2 по отношению к n.</p> <p>Вопрос 58. Определение символа Лежандра--Якоби (по Золотареву), леммы 2, 3, 4 (об интервалах, периодичности по знаменателю и переворачивании), закон взаимности Гаусса.</p>
--	---

Перечень вопросов экзамена в **сессию второго семестра**, структурированный по категориям, представлен в таблице П1.5.

Таблица П1.5

Категория	Формулировка вопроса
Категория 1 (ОПК-1.2)	<p>Вопрос 1. Алгебра многочленов: определение и свойства операций, деление с остатком.</p> <p>Вопрос 2. Корни и значения многочленов: теорема Безу, число корней и степень, формулы Виета, интерполяционная формула Лагранжа.</p> <p>Вопрос 3. Кратные корни и производная, формула Тейлора для многочлена.</p> <p>Вопрос 4. Комплексные числа, теорема о свойствах модуля и аргумента, возведение в степень и извлечение корня.</p> <p>Вопрос 5. Корни комплексных многочленов, разложение комплексных и вещественных многочленов на множители.</p> <p>Вопрос 6. Факторалгебра алгебры многочленов по модулю данного многочлена.</p> <p>Вопрос 7. Теорема Кронекера о существовании корня.</p> <p>Вопрос 8. Поле разложения многочлена.</p> <p>Вопрос 9. Теорема о порядке, единственности и существовании конечных полей.</p> <p>Вопрос 10. Теорема о подполях конечных полей.</p>
Категория 2 (ОПК-1.2)	<p>Вопрос 11. Линейные отображения: задание образом базиса и матрицей, координаты образа вектора и замена матрицы при замене базисов.</p> <p>Вопрос 12. Алгебра линейных операторов и алгебра матриц.</p> <p>Вопрос 13. Образ и ядро линейного отображения, тео-</p>

	<p>рема о сумме ранга и дефекта.</p> <p>Вопрос 14. Невырожденные линейные операторы.</p> <p>Вопрос 15. Собственные векторы, собственные значения и характеристический многочлен.</p> <p>Вопрос 16. Диагонализируемые операторы.</p> <p>Вопрос 17. Инвариантные подпространства для линейного оператора: связь с матрицей, спектр сужения, вещественный случай.</p> <p>Вопрос 18. Нильпотентные операторы: определение и примеры, леммы, основная теорема.</p> <p>Вопрос 19. Корневые векторы, корневые подпространства и корневое разложение пространства (без доказательства).</p> <p>Вопрос 20. Теорема о жордановой нормальной форме и критерий подобия для матриц (без доказательства).</p> <p>Вопрос 21. Вычисление многочленов от матриц, функций от матриц и рядов от матриц.</p>
<p>Категория 3 (ОПК-1.2)</p>	<p>Вопрос 22. Евклидовы и эрмитовы пространства: аксиоматика, примеры.</p> <p>Вопрос 23. Длина вектора и угол между векторами: неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника, тождество параллелограмма, теорема Пифагора.</p> <p>Вопрос 24. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта и изоморфизмы евклидовых (эрмитовых) пространств.</p> <p>Вопрос 25. Ортогональные разложения евклидовых (эрмитовых) пространств.</p> <p>Вопрос 26. Евклидова метрика и расстояние от точки до подпространства.</p> <p>Вопрос 27. Теорема об определителе Грама и ее следствия, определитель и объем в n-мерном пространстве.</p> <p>Вопрос 28. Сопряженность линейных отображений евклидовых (эрмитовых) пространств относительно скалярного произведения: определение, существование единственность, связь матриц.</p> <p>Вопрос 29. Самосопряженные операторы: равносильные определения, спектр и геометрическое описание, следствие для матриц.</p> <p>Вопрос 30. Ортогональные и унитарные операторы: равносильные определения.</p> <p>Вопрос 31. Унитарные операторы: спектр и геометрическое описание, следствие для матриц.</p> <p>Вопрос 32. Ортогональные операторы: спектр и геометрическое описание, следствие для матриц.</p>

Вопрос 33. Теорема о сингулярных числах и базисах линейного отображения.

Вопрос 34. Сингулярное разложение матриц и полярное разложение линейных операторов.

Вопрос 35. Норма линейного отображения и сингулярные числа.

Вопрос 36. Квадратичные и билинейные формы: определение, матрица формы, замена матрицы при замене базиса, инвариантность ранга, вырожденность.

Вопрос 37. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

Вопрос 38. Вещественные квадратичные формы: инвариантность сигнатуры, теорема Якоби, критерий Сильвестра положительной определенности.

Вопрос 39. Приведение квадратичной формы в евклидовом пространстве к главным осям.

Вопрос 40. Замена уравнения поверхности второго порядка при замене декартовой системы координат, уравнение для центров симметрии.

Вопрос 41. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду в подходящей *прямоугольной* декартовой системе координат (центральный случай).

Вопрос 42. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду в подходящей *прямоугольной* декартовой системе координат (нецентральный случай).

Вопрос 43. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду в общей декартовой системе координат (аффинной).

3. Критерии оценки сформированности компетенций в рамках промежуточной аттестации по дисциплине

Таблица П1.5

Шифр компетенций	Структурные элементы оценочных средств	Показатель сформированности	Не сформирован	Порого-вый уровень	Базовый уровень	Продвинутый уровень
ОПК-1	Вопросы экзаменационного билета	ОПК-1.1 Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Не знает основные определения, не может сформулировать примеры, распознать те или иные объекты.	Знает основные определения, может сформулировать примеры, распознать те или иные объекты. Способен воспроизвести небольшие куски доказательств.	Знает все определения. Способен воспроизвести достаточно длинные цепочки рассуждений (доказательств), может отличить верное рассуждение (доказательство) от неверного.	Знает все определения, может привести нетривиальный пример, быстро ориентируется в понятиях. Способен воспроизвести доказательства утверждений из курса полностью, во всех деталях
ОПК-1	Вопросы экзаменационного билета	ОПК-1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Не знает основные определения, не может сформулировать примеры, распознать те или иные объекты.	Знает основные определения, может сформулировать примеры, распознать те или иные объекты. Способен воспроизвести небольшие куски доказательств.	Знает все определения. Способен воспроизвести достаточно длинные цепочки рассуждений (доказательств), может отличить верное рассуждение (доказательство) от неверного	Знает все определения, может привести нетривиальный пример, быстро ориентируется в понятиях. Способен воспроизвести доказательства утверждений из курса полностью, во всех деталях

4. Критерии выставления оценок по результатам промежуточной аттестации по дисциплине

В каждом семестре результаты промежуточной аттестации определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение промежуточной аттестации.

Оценка «отлично» соответствует продвинутому уровню сформированности компетенции.

Оценка «хорошо» соответствует базовому уровню сформированности компетенции.

Оценка «удовлетворительно» соответствует пороговому уровню сформированности компетенции.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если компетенция не сформирована.

Итоговая оценка по дисциплине – это оценка второго семестра.

