

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 1.1

1. Исследовать на условный экстремум функцию xyz , если $\{(x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 3, x > -0.0001; y > -0.0001; z > -0.0001\}$.

2. Найти все вещественные матрицы X порядка 2, для которых

$$2X^3 - X^2 + X + E = 0.$$

3. Пусть M — точка пересечения эллипса $x^2 + 2y^2 = 1$ и параболы $y^2 = 2(x - a)$. При каком значении параметра a касательная к параболе в точке M сопряжена направлению касательной к эллипсу в точке M относительно эллипса?

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 1.2

4. Указать все значения, которые может принимать интеграл

$$\int_{\gamma} \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$$

вдоль гадкой кривой γ с началом в точке A и концом в точке B при условии, что точка $(0, 0)$ не принадлежит γ , точка A лежит на луче $\varphi = 3\pi/4$, точка B — на луче $\varphi = \pi/2$.

5. Определить все особые точки функции

$$\frac{z^5}{\sin\left(\frac{1}{z^2}\right)}.$$

Указать их тип и найти вычет в бесконечно удаленной точке.

6. Найти все решения уравнения

$$2x^2y'' + xy' = 14x^{-2/3}, \quad x > 0,$$

такие, что $y(1) - y'(1) = 1$ и $y(x)$ ограничена при $x \rightarrow \infty$.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 2.1

1. Исследовать на условный экстремум функцию xyz , если

$$\left\{ (x, y, z) \in R^3 \left| \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 3, x < 0.0001; y < 0.0001; z < 0.0001 \right. \right\}.$$

2. Найти все вещественные матрицы X порядка 2, для которых

$$3X^3 + 5X^2 + 5X + 2E = 0.$$

3. Пусть M — точка пересечения параболы $x^2 = 2(y - a)$ и гиперболы $2y^2 - x^2 = 1$. При каком значении параметра $a \geq 0$ касательная к параболе в точке M сопряжена направлению касательной к гиперболе в точке M относительно гиперболы?

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 2.2

4. Указать все значения, которые может принимать интеграл

$$\int_{\gamma} \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$$

вдоль гадкой кривой γ с началом в точке A и концом в точке B при условии, что точка $(0, 0)$ не принадлежит γ , точка A лежит на луче $\varphi = 5\pi/4$, точка B — на луче $\varphi = 3\pi/2$.

5. Определить все особые точки функции

$$\frac{z^3}{2 - \cos\left(\frac{1}{z}\right)}.$$

Указать их тип и найти вычет в бесконечно удаленной точке.

6. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' + 2xy' = 21x^{3/4}, \quad x > 0,$$

такие, что $y(16) - 8y'(16) = 50$ и $y(x)$ ограничена при $x \rightarrow 0$.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 3.1

1. Исследовать на условный экстремум функцию xuz , если

$$\left\{ (x, y, z) \in R^3 \left| x^2 + \frac{y^2}{9} + z^2 = 12, x > -0.0001; y > -0.0001; z < 0.0001 \right. \right\}.$$

2. Найти все вещественные матрицы X порядка 2, для которых

$$3X^3 - 2X^2 + 2X + E = 0.$$

3. При каком значении параметра $p > 0$ параболы $y^2 = -2x$, $y^2 = 2p(x + 1)$ пересекаются под прямым углом?

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 3.2

4. Указать все значения, которые может принимать интеграл

$$\int_{\gamma} \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$$

вдоль гадкой кривой γ с началом в точке A и концом в точке B при условии, что точка $(0, 0)$ не принадлежит γ , точка A лежит на луче $\varphi = 7\pi/4$, точка B — на луче $\varphi = 0$.

5. Определить все особые точки функции

$$\frac{z^3}{1 - e^{-\frac{1}{z^2}}}.$$

Указать их тип и найти вычет в бесконечно удаленной точке.

6. Найти все решения уравнения

$$3x^2y'' + xy' = 39x^{-3/2}, \quad x > 0,$$

такие, что $3y(1) - y'(1) = -3$ и $y(x)$ ограничена при $x \rightarrow \infty$.

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 4.1

1. Исследовать на условный экстремум функцию xyz , если

$$\left\{ (x, y, z) \in R^3 \left| \frac{x^2}{9} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 12, x < 0.0001; y < 0.0001; z > -0.0001 \right. \right\}.$$

2. Найти все вещественные матрицы X порядка 2, для которых

$$2X^3 + 5X^2 + 5X + 3E = 0.$$

3. При каком значении параметра $p > 0$ эллипс $x^2 + py^2 = 1$ и парабола $y^2 = 2x$ пересекаются под прямым углом?

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2003 г.)

ВАРИАНТ 4.2

4. Указать все значения, которые может принимать интеграл

$$\int_{\gamma} \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$$

вдоль гадкой кривой γ с началом в точке A и концом в точке B при условии, что точка $(0, 0)$ не принадлежит γ , точка A лежит на луче $\varphi = 3\pi/4$, точка B — на луче $\varphi = \pi/4$.

5. Определить все особые точки функции

$$\frac{z^3}{1 - \cos\left(\frac{1}{z^2}\right)}.$$

Указать их тип и найти вычет в бесконечно удаленной точке.

6. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' + 3xy' = 40x^{4/3}, \quad x > 0,$$

такие, что $y(8) - 6y'(8) = 24$ и $y(x)$ ограничена при $x \rightarrow 0$.