

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 1.1

1. Найти значение $f(1/2)$ функции $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$.

2. Доказать нормальность матрицы $A = (E - C)(E + C)^{-1}$ и найти ее канонический вид, если

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Определить тип линии

$$5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0,$$

написать ее каноническое уравнение, найти каноническую систему координат и написать уравнения директрис.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 1.2

4. Вычислить значение интеграла от 2-формы (интеграла второго рода)

$$\iint_S x \, dy \wedge dz + \sin^4 x \, dz \wedge dx + z \, dx \wedge dy$$

по нижней стороне поверхности $S = \{x^2 + y^2 = z^2 : 0 \leq z \leq h\}$, где $h > 0$.

5. Функция $f(z)$ аналитична на всей комплексной плоскости за исключением точки $z_0 = 2$, в которой она имеет полюс второго порядка, причем

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = \alpha, \quad \operatorname{Res}_{z=2} [(z+2)f(z)] = \beta.$$

Найти все числа α и β , для которых $f(6) = 5$.

6. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} tyy'' - 3t(y')^2 + 5yy' = 0, & t > 0, \\ y|_{t=1} = 4, \\ y'|_{t=1} = 8. \end{cases}$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 2.1

1. Найти значение $f(1/2)$ функции $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n x^{n-1}$.

2. Доказать нормальность матрицы $A = (E - C)(E + C)^{-1}$ и найти ее канонический вид, если

$$C = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Определить тип линии

$$5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0,$$

написать ее каноническое уравнение, найти каноническую систему координат и написать уравнения директрис.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 2.2

4. Вычислить значение интеграла от 2-формы (интеграла второго рода)

$$\iint_S x \, dy \wedge dz + \cos^4 x \, dz \wedge dx + z \, dx \wedge dy$$

по нижней стороне поверхности $S = \{x^2 + y^2 = z : 0 \leq z \leq h\}$, где $h > 0$.

5. Функция $f(z)$ аналитична на всей комплексной плоскости за исключением точки $z_0 = 3$, в которой она имеет полюс второго порядка, причем

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = \alpha, \quad \operatorname{Res}_{z=3} [(z+3)f(z)] = \beta.$$

Найти все числа α и β , для которых $f(9) = 4$.

6. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} ty y'' - 2t(y')^2 + 3y y' = 0, & t > 0, \\ y|_{t=2} = 5, \\ y'|_{t=2} = 5. \end{cases}$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 3.1

1. Найти значение $f(1/2)$ функции $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (n+1)x^n$.

2. Доказать нормальность матрицы $A = (E - C)(E + C)^{-1}$ и найти ее канонический вид, если

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Определить тип линии

$$9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0,$$

написать ее каноническое уравнение, найти каноническую систему координат и написать уравнения директрис.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 3.2

4. Вычислить значение интеграла от 2-формы (интеграла второго рода)

$$\iint_S x \, dy \wedge dz + \frac{1}{1+x^4} \, dz \wedge dx + z \, dx \wedge dy$$

по нижней стороне поверхности $S = \{x^2 + y^2 + (z - h)^2 = h^2 : 0 \leq z \leq h\}$, где $h > 0$.

5. Функция $f(z)$ аналитична на всей комплексной плоскости за исключением точки $z_0 = 4$, в которой она имеет полюс второго порядка, причем

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = \alpha, \quad \operatorname{Res}_{z=4} [(z+4)f(z)] = \beta.$$

Найти все числа α и β , для которых $f(12) = 3$.

6. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} tyy'' + t(y')^2 - 3yy' = 0, & t > 0, \\ y|_{t=3} = 3, \\ y'|_{t=3} = 2. \end{cases}$$

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 4.1

1. Найти значение $f(1/2)$ функции $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n$.

2. Доказать нормальность матрицы $A = (E - C)(E + C)^{-1}$ и найти ее канонический вид, если

$$C = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Определить тип линии

$$8x^2 + 6xy - 26x - 12y + 11 = 0,$$

написать ее каноническое уравнение, найти каноническую систему координат и написать уравнения директрис.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016 г.)

ВАРИАНТ 4.2

4. Вычислить значение интеграла от 2-формы (интеграла второго рода)

$$\iint_S x \, dy \wedge dz + \sqrt{1+x^4} \, dz \wedge dx + z \, dx \wedge dy$$

по нижней стороне поверхности $S = \{x^2 + y^2 + (z-h)^2 = h^2 : h \leq z \leq 2h\}$, где $h > 0$.

5. Функция $f(z)$ аналитична на всей комплексной плоскости за исключением точки $z_0 = 5$, в которой она имеет полюс второго порядка, причем

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = \alpha, \quad \operatorname{Res}_{z=5} [(z+5)f(z)] = \beta.$$

Найти все числа α и β , для которых $f(15) = 2$.

6. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} tyy'' + 2t(y')^2 - 5yy' = 0, & t > 0, \\ y|_{t=4} = 2, \\ y'|_{t=4} = 1. \end{cases}$$