

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 1.(часть 1)

1. Найти точки условного экстремума функции $f(x, y, z, u) = x^m y^n z^p u^q$, если $x + y + z + u = a$ ($m > 0, n > 0, p > 0, q > 0$).
2. Вычислить матрицу $A^{\sqrt{2}}$, если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Даны фокус кривой второго порядка $F = (2, 1)$, соответствующая ему директриса $\delta : 3x + y + 3 = 0$ и эксцентриситет $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Что это за кривая? Написать ее уравнение и уравнение оси абсцисс канонической системы координат для этой кривой. Найти координаты центра симметрии (если таковой имеется) и 2-го фокуса кривой.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 1.(часть 2)

4. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_S (|x + 1| + |y| + |z|)^p dS,$$

$p \in \mathbb{R}$, где интегрирование происходит по поверхностной мере сферы

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}.$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_C \frac{dz}{(z^2 - i)(z - 4)\sqrt{z(z - 1)}}, \quad C = \{z : |z| = 3\},$$

где интегрирование ведется в положительном направлении относительно нуля, а ветвь функции $\sqrt{z(z - 1)}$ на контуре C выделяется из условия $\sqrt{z(z - 1)} \Big|_{z=3} > 0$.

6. Решить краевую задачу

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & t \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 5e^{-2t} \end{pmatrix}, & t \geq 0, \\ y_1(0) = 0. \end{cases}$$

Сколько существует решений?

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 2.(часть 1)

1. Найти точки условного экстремума функции

$$f(x, y, z, u) = x^2 + y^2 + z^2 + u^2,$$

если $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + \frac{u^2}{d^2} = 1$ ($a > b > c > d > 0$).

2. Вычислить матрицу $A^{\sqrt{3}}$, если

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & -3 \\ 8 & -3 & -4 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Даны фокус кривой второго порядка $F = (-1, -2)$, соответствующая ему директриса $\delta: 3x + 2y - 6 = 0$ и эксцентриситет $\epsilon = \sqrt{26}$. Что это за кривая? Написать ее уравнение и уравнение оси абсцисс канонической системы координат для этой кривой. Найти координаты центра симметрии (если таковой имеется) и 2-й директрисы кривой.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 2.(часть 2)

4. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_S (\max(|x|, |y - r|, |z|))^p dS,$$

$p \in \mathbb{R}$, где интегрирование происходит по поверхностной мере сферы

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = r^2\}.$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_C \frac{dz}{(z^2 + i)(z - 5)\sqrt{z(z + 1)}}, \quad C = \{z : |z| = 3\},$$

где интегрирование ведется в положительном направлении относительно нуля, а ветвь функции $\sqrt{z(z + 1)}$ на контуре C выделяется из условия $\sqrt{z(z + 1)}\Big|_{z=3} > 0$.

6. Решить краевую задачу

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & t \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2e^{-5t} \end{pmatrix}, & t \geq 0, \\ y_1(0) = 0. \end{cases}$$

Сколько существует решений?

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 3.(часть 1)

1. Найти точки условного экстремума функции $f(x, y, z, u) = xy^2z^3u^4$, если $x + 2y + 3z + 4u = a$ ($x > 0, y > 0, z > 0, u > 0, a > 0$).
2. Вычислить матрицу $A^{\sqrt{5}}$, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -4 & -3 & -2 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Даны фокус кривой второго порядка $F = (7, -4)$, соответствующая ему директриса $\delta : 3x - 4y - 12 = 0$ и эксцентриситет $\epsilon = 5$. Что это за кривая? Написать ее уравнение и уравнение оси абсцисс канонической системы координат для этой кривой. Найти координаты центра симметрии (если таковой имеется) и 2-го фокуса кривой.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 3.(часть 2)

4. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_M \frac{1}{(|x| + |y| + |z - c|)^p} dS,$$

$p \in \mathbb{R}$, где интегрирование происходит по поверхностной мере эллипсоида

$$M = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \right\},$$

$a > b > c > 0$.

5. Вычислить интеграл

$$\int_C \frac{dz}{(z^2 - i)(z - 6)\sqrt{z(z - 2)}}, \quad C = \{z : |z| = 3\},$$

где интегрирование ведется в положительном направлении относительно нуля, а ветвь функции $\sqrt{z(z - 2)}$ на контуре C выделяется из условия $\sqrt{z(z - 2)} \Big|_{z=3} > 0$.

6. Решить краевую задачу

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & t \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 6e^{-4t} \end{pmatrix}, & t \geq 0, \\ y_1(0) = 0. \end{cases}$$

Сколько существует решений?

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 4.(часть 1)

1. Найти точки условного экстремума функции $f(x, y, z, u) = xyz u$, если $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 1$, $x + y + z + u = 0$.

2. Вычислить матрицу $A^{\sqrt{7}}$, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ -1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Даны фокус кривой второго порядка $F = (-3, 1)$, соответствующая ему директриса $\delta: x + y - 2 = 0$ и эксцентриситет $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Что это за кривая? Написать ее уравнение и уравнение оси абсцисс канонической системы координат для этой кривой. Найти координаты центра симметрии (если таковой имеется) и 2-й директрисы кривой.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (18.11.2018 г.)

ВАРИАНТ 4.(часть 2)

4. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_S \frac{1}{(\max(|x+a|, |y|, |z|))^p} dS,$$

$p \in \mathbb{R}$, где интегрирование происходит по поверхностной мере эллипсоида

$$M = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \right\},$$

$a > b > c > 0$.

5. Вычислить интеграл

$$\int_C \frac{dz}{(z^2 + i)(z - 7)\sqrt{z(z+2)}}, \quad C = \{z : |z| = 3\},$$

где интегрирование ведется в положительном направлении относительно нуля, а ветвь функции $\sqrt{z(z+2)}$ на контуре C выделяется из условия $\sqrt{z(z+2)} \Big|_{z=3} > 0$.

6. Решить краевую задачу

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & t \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7e^{-3t} \end{pmatrix}, & t \geq 0, \\ y_1(0) = 0. \end{cases}$$

Сколько существует решений?