

ВЫСШАЯ АЛГЕБРА

Задачник:

1. Сборник задач по алгебре /Под ред. Кострикина А. И. М.: Физмат-лит, 2001.

Первый семестр

Группы, кольца, поля

1. Множества и отображения [№ 2.1, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.11а, б, 1.5].
2. Алгебраические операции, группы, подгруппы, порядок элемента [№ 54.1, 55.1-55.3, 56.1, 56.7, 56.14, 56.8, 56.15а].
3. Кольца и поля, кольцо вычетов по модулю n [№ 63.1, 63.3, 63.31, 63.12, 66.19, 63.11а].
4. Поле комплексных чисел, квадратные и кубические уравнения [№ 20.1а, 20.11б, г, 21.1а-ж, 21.9а, 28.2з (все корни), 22.8а].
5. Группы подстановок, разложение на циклы и транспозиции [№ 3.1а, 3.2а, 3.3а, 3.4а, 56.3а, 56.32а, 3.6а, 3.7а, 3.12, 3.14, 3.17, 3.22].
6. Кольцо матриц, разложение в произведение диагональной матрицы и трансвекций [№ 18.1а, 17.1а-в, 17.4, 17.12-17.15, 17.20, 19.2, 17.22, разложить матрицу из № 18.8к].
7. Определитель матрицы: способы вычислений [№ 9.1а, 9.2а, 10.1а, 10.2, 10.3, 10.4а, б, 13.1а, 13.2а].
8. Определитель матрицы: применение к системам линейных уравнений и обращению матриц [№ 14.1, 8.6б, г, 18.8в, з, 18.9д, 18.10а, 18.12].
9. Определитель, след и матрицы специального вида [№ 7.16, 18.13, 18.14, 19.6, 19.5, 19.7, 19.26, 19.27, 19.14, 19.19]

Векторные пространства и линейные уравнения

10. Векторные пространства, линейная зависимость, подпространства [№ 34.1, 34.2, 34.3, 34.10а, 34.11, 11.14б, 35.1-35.4, 6.11, 6.14]
 12. Ранг матрицы, линейные оболочки систем векторов [№ 7.1а, 7.2г, 35.11б, 7.5-7.8].
 13. Решения конечной системы линейных уравнений. Обратная задача [№ 8.1а, 8.2е, 8.4а, 35.16а, 49.10а]
- или [17, № 690, 712, 724, 1312, 1330, 1877].
14. Применения: базисы суммы и пересечения подпространств, прямые суммы, целочисленные системы [№ 35.15а, 35.18, 35.21, 8.24б].

Кольца многочленов

15. Деление с остатком, схема Руффини-Горнера, простые и кратные корни, формулы Виета, формула Тейлора, интерполяция [№ 25.1а, 26.1б, 26.2а, 26.3а, 30.1а, 30.2, 30.3, 30.9, 30.10].
16. Целочисленные многочлены: рациональные корни, разложение на множители над полями рациональных чисел и над полями вычетов [№ 28.1, 28.2а, 28.8, 28.9б, г, 28.22а; разложить $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$].
17. Алгоритм Евклида и НОД, решение линейных диофантовых уравнений, разложение на множители и в сумму простейших дробей [№ 25.3а, 25.5б, 25.7а, 25.7г, 25.8б, 29.1б, 29.2а, 29.3, 29.5].
19. Распределение вещественных корней (теорема Штурма) [№ 33.1а, 33.4, 33.1ж].
20. Распределение комплексных корней (принцип аргумента, теорема Руше) [№ 33.9, 33.12, 33.16, 33.17].

20. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены, формулы Ньютона [№ 31.3а, 31.9а, 31.10в, 31.15, 31.21, 31.25а].
21. Дискриминант, результат, исключение неизвестных [№ 32.1а, 32.2а, 32.3а, 32.7а, б].
22. Гомоморфизмы колец, идеалы и фактор-кольца [№ 64.1а, б, 64.37, 64.35, 64.41в, 64.42].
23. Базисы-делители полиномиальных идеалов, их вычисление и применения, см. [15] или [9]; найти базис-делитель для идеала $\mathbf{R}[x]$, порожденного многочленами $x^4 - 4x^3 + 1$, $x^3 - 3x^2 + 1$, а также для идеала $\mathbf{R}[x, p, q]$, порожденного многочленами $x^3 + px + q$, $3x^2 + p$ относительно лексикографических порядков $x > p > q$ и $x > q > p$.

Второй семестр

Линейные отображения и операторы

1. Линейные отображения, операторы и их матрицы [№ 39.1, 39.4, 39.15, 39.16, 39.22, 39.20, 39.17].
2. Образ и ядро линейного отображения [№ 41.10б (найти образ и ядро), 39.5, 39.6, 39.7, 39.10, 39.11].
3. Собственные векторы, собственные значения и характеристический многочлен [№ 40.1а, б, 40.10, 40.15б, 40.16а, 40.6, 40.1в, 40.3, 40.19, 40.11, 40.12, 40.8].
4. Неотрицательные матрицы. Примеры прикладных задач на собственные векторы и значения: марковские процессы, колебания и т. п. (см., например, Г. Стренг, *Линейная алгебра и ее применения*. М.: Мир, 1980, гл. 5). [№ 42.34а, в, г, 42.32]
5. Нильпотентные операторы [№ 41.8, 41.1ж, 41.17, 39.1ж, 41.10б].
6. Инвариантные подпространства. Ядерные и корневое разложения [Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. СПб.: Лань, 1998.. № 40.23, 40.22, 40.29, 40.35а, 41.27б].
7. Жорданов базис и задача о подобии [№ 41.1а, б, 41.10, 41.2, 41.3б, 41.30].
8. Применения: функции от матриц, коммутирующие матрицы и матричные уравнения [№ 41.22а, 41.27б, 41.21а, 17.10а, 17.11а, 42.8, 42.9, 42.10].

Линейные операторы евклидовых и эрмитовых пространств

18. Скалярные произведения, процесс ортогонализации, расстояния, углы [№ 43.28а, 43.33, 43.15а,
19. 16а, 43.19а, 43.25, 43.41, 43.45].
20. Сопряженность линейных отображений относительно скалярного произведения [№ 36.11, 44.3--44.8,
21. 9а].
22. Симметрические, эрмитовы, кососимметрические и косоэрмитовы операторы [№ 45.4б, 45.5, 45.7б,
23. 45.17, 44.30, 44.31, 44.32, 46.19].
24. Ортогональные, унитарные и нормальные операторы [№ 46.3, 46.5, 46.6а, 46.7а, б, 46.8, 46.11, 46.30].
25. Сингулярное разложение и норма линейного отображения (матрицы), полярное разложение оператора, углы между подпространствами евклидова пространства [№ 46.16а (найти сингулярное, полярное разложение, геометрическое описание и норму), № 46.26, 43.42, 43.43].
26. Канонизация квадратичных и билинейных форм, пар форм [№ 38.18а, 38.19б, 45.19г, 38.11а, 38.15а]. **Линейные группы и алгебры**
27. Группы: действие на множестве, орбиты, стабилизаторы, классы сопряженности [№ 56.34в, б, 57.1,
28. 3, 57.5, 57.9, 57.14, 57.12, 57.13, 57.22, 57.35].

29. Группы: гомоморфизмы, нормальные подгруппы и фактор-группы, центры, коммутанты, прямые произведения [№ 58.27а, б, 58.2, 58.3, 58.23а, д, 58.24, 58.29, 60.1, 60.4, 62.1а, 62.7а, б].

30. Алгебра кватернионов и группа поворотов \mathbf{R}^3 [№ 63.23а, г; 14, № 6.17], найти неподвижную ось и угол поворота линейного оператора $q \rightarrow sqs^{-1}$, где $q \in \mathbf{R}^3$, $s = \sqrt{2} + i + j - 2k$ [№ 73.11а, б].

31. Структурные константы, матричные представления и типы алгебр [№ 63.18, 63.19].

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Задачник:

Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1976.

Первый семестр

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. №№ 138-145, 189-199.
2. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. №№ 517, 519, 526, 535, 539, 549, 564, 576-578, 583, 585, 592-595, 600-602.
3. Преобразование координат. №№ 660, 667, 668, 670, 673, 679, 682, 684, 688, 690, 692, 696.

Второй семестр

4. Фокусы, директрисы, касательные, центр, сопряженные диаметры линий второго порядка. №№ 764, 853, 856, 866, 881.
5. Отыскание канонического уравнения и канонической системы координат кривых и поверхностей второго порядка. №№ 807-809, 820, 1046, 1058.
6. Касательная плоскость, прямолинейные образующие, центр, сопряженная диаметральная плоскость поверхностей второго порядка. №№ 1072, 1073, 1079, 1083-1086, 1089, 1095, 1105, 1106, 1109, 1114.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Задачник:

Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1972.

Первый семестр:

1. Пределы последовательностей и функций. Непрерывность и равномерная непрерывность. № 65, 80, 88, 123, 428, 459, 526, 552, 578, 638, 731, 740, 789, 801.
2. Дифференциальное исчисление для функции одной переменной. Производная функции в точке и ее геометрический смысл. Правила дифференцирования и таблица производных. Производная обратной функции. Производные высших порядков. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. № 992, 999, 1036, 1055, 1073, 1224, 1225, 1239, 1251, 1261.
3. Исследование функций. Возрастание и убывание функции. Направление вогнутости. Экстремумы. №№ 1287, 1289, 1297, 1311, 1314, 1425, 1447, 1456, 1467, 1561, 1577.

4. Формула Тейлора и раскрытие неопределенностей. № 1336, 1337, 1342, 1374, 1384, 1391, 1394, 1396, 1398, 1400.

Второй семестр:

5. Неопределенный интеграл. Первообразная. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования -- замена переменных и интегрирование по частям. № 1635, 1703, 1722, 1780, 1828, 1890, 1935, 1968, 2028, 2107, 2171.

6. Определенный интеграл и его приложения. № 2194, 2195, 2203, 2216, 2251, 2261, 2326, 2407, 2440.

7. Несобственные интегралы. Понятие сходимости интегралов и критерий Коши. Абсолютная и не абсолютная сходимость. Признаки сходимости. № 2362, 2378, 2381.

8. Числовые ряды. Понятие суммы ряда. Критерий Коши. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов. № 2575, 2577, 2583, 2586, 2619, 2663, 2676, 2698.

9. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Критерий Коши и признаки равномерной сходимости. Дифференцирование и интегрирование пределов функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды и ряды Фурье. № 2722, 2746-2748, 2774, 2775, 2792-2794, 2799, 2805, 2840, 2869, 2873, 2943, 2961, 2975.

10. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность. Дифференциал и частные производные. Производные по направлению. Дифференцирование неявных функций. Замена переменных. Формула Тейлора. № 3182-3184, 3202, 3203, 3205, 3212.1-3212.3, 3230, 3251-3253, 3343, 3378, 3388, 3407, 3431, 3443, 3471, 3480, 3515, 3589, 3604.

Третий семестр:

11. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Условный экстремум. № 3644, 3662, 3676, 3681, 3682.

12. Интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование собственных интегралов с параметрами. Равномерная сходимость несобственных интегралов. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов с параметрами. Эйлеровы интегралы и преобразование Фурье. № 3714.1, 3720, 3732, 3738, 3755.1-3755.3, 3773, 3774, 3793, 3808, 3812, 3853, 3861, 3882, 3895, 3898.

13. Кратные интегралы. Определение, Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных. Несобственные кратные интегралы. Вычисление площадей и объемов. № 3918, 3926, 3960, 3991, 4009, 4036, 4081, 4091, 4116, 4168, 4181, 4203, 4211.

Четвёртый семестр:

14. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Формула Грина. № 4225, 4234, 4281, 4307, 4311.

15. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Формулы Остроградского и Стокса. № 4344, 4364, 4367, 4371, 4382, 4388.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Задачник:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1992.

Третий семестр:

1. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений и уравнения высокого порядка. Пространство решений. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского - Лиувилля. №№ 511-520, 681-688, 800-812.
2. Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений и уравнения высокого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Метод неопределенных коэффициентов. Задача Коши. №№ 549-560, 575-580, 826-833, 846-850.

Четвертый семестр:

3. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Существование и единственность решения. Функция Грина. Задача Штурма - Лиувилля. №№ 751-760, 764-774, 782-785.
4. Нелинейные дифференциальные уравнения. Задача Коши, теоремы Пеано и Пикара. Существование решений в целом. Функция Ляпунова. №№ 53-58, 104-108, 195-200, 229-235, 239-240.
5. Зависимость решений дифференциальных уравнений от параметров. Непрерывность и дифференцируемость решений по параметрам. Уравнения в вариациях Пуанкаре. №№ 1056-1058, 1064-1073.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Задачник:

И. В. Мещерский «Сборник задач по теоретической механике», издание 35 и последующие

3 семестр:

1. Движение материальной точки в векторно-координатном представлении. Законы Ньютона. Дифференциальные уравнения движения точки в декартовом базисе. Задачи: 12.13, 12.15, 12.17; 26.2, 26.11, 26.15, 26.25; 27.2, 27.15, 27.18, 27.34, 27.41, 27.53
2. Криволинейные ортогональные системы координат: цилиндрическая, сферическая, полярная. Дифференциальные уравнения движения точки в криволинейных координатах.
18. Задачи: 11.16, 11.17, 12.9, 12.19, 12.29; 28.14, 28.17, 28.18, 28.20; 31.9, 31.10, 31.14, 31.16, 31.19, 31.20, 31.22, 31.23, 31.26, 31.27
3. Естественное описание движения точки вдоль траектории. Дифференциальные уравнения движения точки в естественных осях.
19. Задачи: 12.11, 12.14, 12.24, 12.26, 12.32; 26.9, 26.28, 26.30, 27.65; 30.30, 31.5, 31.31, 31.35
4. Кинематика твердого тела. Формулы распределения скоростей и ускорений точек тела. Сферическое, вращательное, плоское движение тела.

- Задачи: 13.14, 13.18, 14.1, 14.2, 14.3, 14.10, 14.11, 14.13; 16.10, 16.11, 16.12, 16.14, 16.15, 16.17, 16.18, 16.21, 16.26, 16.29; (с общим рисунком: скорости-ускорения) 16.2-18.1, 16.3-18.2, 15.1-18.6, 15.6-18.7, 16.24-18.10, 16.25-18.14, 16.12-18.17 16.33-18.25, 16.34-18.26, 16.35-18.30; 18.9, 18.11-18.13, 18.15, 18.18, 18.20, 18.21-18.23, 18.27, 18.33, 18.34, 18.35, 18.37, 18.40
5. Кинематика сложного движения точки и твердого тела.
Задачи: 22.10, 22.11, 22.17, 22.26; 23.4, 23.27, 23.28, 23.29, 23.35, 23.36, 23.42, 23.41, 23.43, 23.44, 23.47, 23.48; 24.1, 24.6, 24.22, 24.27, 25.3, 19.3, 19.11
 6. Динамика относительного движения материальной точки.
Задачи: 33.2, 33.7, 33.9, 33.10, 33.11, 33.12, 33.13, 33.14, 33.19
 7. Теоремы динамики материальной точки и механической системы. Законы сохранения.
Задачи: 28.2, 28.11; 30.1, 30.3, 30.14, 30.16, 30.22, 30.23, 30.29; 31.7, 31.8, 31.11, 31.12; 28.4, 28.8, 37.9, 37.36, 37.50, 37.57; 35.7, 35.10, 35.17, 35.19, 41.15, 41.16, 41.17; 38.16
 8. Геометрия масс твердого тела: центр масс, осевые и центробежные моменты инерции, оператор инерции, главные оси инерции.
Задачи: 9.2, 9.4, 34.9, 34.10, 34.11, 34.24, 34.30
 9. Теоремы динамики твердого тела и системы тел. Законы сохранения.
Задачи: 35.20, 37.7, 37.8, 37.10, 37.13, 37.26, 37.31, 37.43, 37.46, 37.55, 37.56, 38.15, 38.20, 38.24, 38.25, 38.26, 38.27, 38.30, 38.33, 38.34, 38.38, 38.42, 38.48, 38.50, 43.1, 43.2, 43.3, 43.4, 43.5, 43.6, 43.10, 43.11, 43.12
 10. Равновесие тела и системы тел.
Задачи: 4.3, 4.54–4.59, 5.27–5.32; 8.18–8.22, 8.24, 8.27, 8.29, 8.30
 11. Дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела. Метод кинестатики, давление тела на ось вращения.
Задачи: 35.4-35.5, 37.47-37.48, 39.2–39.7, 39.15–39.21; 41.18–41.21, 42.2–42.5, 42.7, 42.10, 42.17

4 семестр:

1. Голономная система со стационарными идеальными связями. Возможные перемещения системы. Элементарная работа сил на возможном перемещении системы. Равновесие системы. Принцип возможных перемещений. Вариации координат. Число степеней свободы системы.
Задачи: 46.1 – 46.31, 4.1 – 4.15
2. Силы инерции. Принцип Даламбера. Работа активных сил и сил инерции на возможных перемещениях твердого тела. Принцип Даламбера–Лагранжа (общее уравнение динамики системы).
Задачи: 47.1 – 47.19, 41.14 – 41.17
3. Обобщенные координаты и силы. Равновесие механической системы в обобщенных координатах. Потенциальные силы. Равновесие натуральных систем.
Задачи: 4.53 – 4.57, 2.13, 2.17, 2.48, 2.49
4. Кинетическая энергия в обобщенных скоростях. Уравнения Лагранжа второго рода. Консервативные системы. Функция Лагранжа.
Задачи: 48.1 – 48.49

5. Переменные Гамильтона. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона. Циклические и позиционные координаты. Первые интегралы уравнений движения (обобщенный интеграл энергии, циклический импульс).
Задачи: 49.1 – 49.12, 48.40
6. Устойчивость положений равновесия консервативных систем. Теорема Лагранжа.
Задачи: 53.1 – 53.18
7. Устойчивость относительного равновесия системы, равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. Приведенный потенциал.
Задачи: 56.1 – 56.10, 41.18 – 41.23
8. Малые колебания консервативных систем около устойчивого положения равновесия с 1 и 2 степенями свободы.
Задачи: 54.1 – 54.33, 55.4 – 55.27