

Вопросы для экзамена 2-й курс ММФ, 2-й поток, осенний семестр 2019 года

1. Линейные отображения. Оценки норм их значений. Непрерывность линейных отображений.
2. Дифференциал произвольного отображения в точке. Примеры.
3. Единственность дифференциала. Непрерывность дифференцируемого отображения. Дифференциал суммы, произведения, отношения.
4. Теорема о дифференцировании суперпозиции.
5. Эквивалентность дифференцируемости отображения и его координатных функций.
6. Производные по направлениям. Частные производные. Существование частных производных у дифференцируемых функций.
7. Непрерывность частных производных — достаточное условие дифференцируемости.
8. Градиент и его свойства.
9. Матрица Якоби. Частные производные сложных функций.
10. Частные производные высоких порядков.
11. Достаточное условие равенства смешанных производных.
12. Дифференциалы высокого порядка. Различные формы записи. Мультииндексы.
13. Формула Тейлора для функций многих переменных.
14. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия. Достаточные условия.
15. Прообразы открытых множеств при непрерывных отображениях. Оценка разности значений непрерывно дифференцируемого отображения.
16. Теорема об обратном отображении (существование).
17. Теорема об обратном отображении (дифференцируемость).
18. Теорема о неявных функциях.
19. Понятие многообразия. Гладкие многообразия. Примеры.
20. Явный и неявный способы описания многообразий.
21. Теорема об эквивалентности гладких параметризаций.
22. Определение касательного пространства и доказательство его корректности.
23. Уравнения касательного пространства к неявно заданному многообразию.
24. Условные экстремумы. Необходимые условия. Множители Лагранжа.
25. Достаточные условия условного экстремума.

26. Равномерная сходимость для функций нескольких переменных, функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости.

27. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов. Примеры.

28. Теорема о перестановке предельных переходов.

29. Непрерывность предела последовательности функций.

30. Интегрирование предела последовательности функций.

31. Дифференцирование предела последовательности функций.

32. Формулировки теорем о непрерывности, интегрировании и дифференцировании пределов семейств функций.

33. Предельный переход под знаком суммы ряда. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость рядов с параметрами.

34. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$.

35. Пример Вейерштрасса непрерывной функции, нигде не имеющей производных.

36. Степенные ряды. Радиус и характер сходимости степенных рядов.

37. Формула Коши-Адамара.

38. Непрерывность суммы степенного ряда. Теорема Абеля.

39. Дифференцируемость и интегрируемость степенных рядов.

40. Понятие аналитической функции. Ряд Тейлора аналитической функции.

41. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной на компакте.

42. Предельный переход под знаком собственного интеграла. Непрерывность собственных интегралов с параметрами.

43. Дифференцирование собственных интегралов с параметрами.

44. Перестановка собственных интегрирований.

45. Равномерная сходимость несобственных интегралов с параметрами. Критерий Коши.

46. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов.

47. Предельный переход под знаком несобственного интеграла.

48. Непрерывность несобственных интегралов с параметрами.

49. Дифференцируемость несобственных интегралов с параметрами.

50. Перестановка собственного и несобственного интегрирований.

51. Перестановка несобственных интегрирований.