

**Вопросы для экзамена.**  
**Первый курс, второй поток, 2-й семестр 2018-2019**  
**учебного года**

1. Выпуклые функции. Различные варианты определения. Непрерывность и односторонняя дифференцируемость выпуклых функций.
2. Условия выпуклости дифференцируемых функций.
3. Касательная к графику выпуклой функции.
4. Неравенства Йенсена, Гельдера и Минковского.
5. Правило Лопитала раскрытия неопределенностей вида  $0/0$ .
6. Правило Лопитала раскрытия неопределенностей вида  $\infty/\infty$ .
7. Сходимость числового ряда. Частичные суммы, остаток ряда, критерий Коши.

Примеры.

8. Признаки сравнения, Коши и Даламбера.
9. Телескопический признак, гармонические ряды.
10. Лемма Абеля.
11. Признаки Абеля, Дирихле и Лейбница.
12. Абсолютная сходимость. Примеры неабсолютно сходящихся рядов.
13. Коммутативность абсолютно сходящегося ряда.
14. Формулировка теоремы Римана о перестановке членов неабсолютно сходящегося ряда.
15. Определение первообразной. Теорема об общем виде первообразных на промежутке. Неопределенный интеграл.
16. Линейность неопределенного интеграла. Замена переменных и интегрирование по частям.
17. Интегрирование простейших рациональных дробей.
18. Разложение рациональной функции в сумму простых дробей.
19. Метод неопределенных коэффициентов.
20. Интегрирование простейших иррациональностей. Подстановки Эйлера.
21. Интегрирование рациональных выражений от синусов и косинусов.
22. Разбиения, их суммы, продолжения, диаметры. Интегральные суммы. Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл.
23. Ограниченность интегрируемых функций. Пример ограниченной, но неинтегрируемой функции.
24. Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу.
25. Необходимые и достаточные условия интегрируемости.
26. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
27. Классы интегрируемых функций: ограниченные непрерывные функции, ограниченные функции с конечным числом разрывов, ограниченные монотонные функции.
28. Линейность и аддитивность интеграла.
29. Интегрируемость модуля, произведения, отношения интегрируемых функций.
30. Интегрирование нестрогих и строгих неравенств.
31. Первая теорема о среднем.

32. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Его непрерывность и дифференцируемость.
33. Формула Ньютона-Лейбница для интегралов от непрерывных функций и для функций, имеющих обобщенную первообразную.
34. Замена переменных в интегралах от непрерывных функций.
35. Теорема о замене переменных для интегрируемых функций.
36. Интегрирование по частям.
37. Вторая теорема о среднем.
38. Несобственный интеграл с единственной особой точкой. Понятие сходимости, примеры. Критерий Коши.
39. Признаки сравнения и абсолютная сходимость для несобственных интегралов.
40. Линейность и аддитивность несобственных интегралов.
41. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов. Примеры неабсолютно сходящихся интегралов.
42. Обобщение формулы Ньютона-Лейбница для несобственных интегралов.
43. Замена переменных и интегрирование по частям в случае несобственных интегралов.
44. Несобственный интеграл с конечным числом особых точек.
45. Определение пространства  $R^n$ , линейная независимость, базисы.
46. Евклидова норма и ее простейшие свойства.
47. Открытые и замкнутые шары в  $R^n$ . Внутренние, внешние и граничные точки множеств.
48. Открытые и замкнутые множества. Объединения и пересечения открытых и замкнутых множеств.
49. Граница. Замкнутость границы любого множества. Характеризация замкнутых множеств в терминах граничных точек. Замыкание.
50. Сходимость последовательностей в  $R^n$ . Её эквивалентность покоординатной сходимости. Критерий Коши.
51. Теорема Вейерштрасса о выделении сходящихся подпоследовательностей.
52. Теорема о последовательности вложенных замкнутых множеств.
53. Теорема Бореля об открытых покрытиях.
54. Обращение теоремы Бореля. Определение компактных множеств.
55. Понятие предельной точки. Определения предела отображения на языке последовательностей и в терминах неравенств.
56. Алгебраические свойства пределов. Предельные переходы в равенствах и неравенствах.
57. Теорема о двойном и повторном пределах.
58. Определение непрерывного отображения. Простейшие свойства непрерывных отображений.
59. Теорема о пределе суперпозиции.
60. Непрерывность отображения в терминах прообразов открытых множеств.
61. Теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении и следствия из неё.
62. Понятие равномерной непрерывности и теорема Кантора.
63. Примеры различных норм в  $R^n$ . Эквивалентные нормы. Равносильность топологических свойств, пределов и непрерывности для эквивалентных норм.
64. Теорема об эквивалентности всех норм в  $R^n$ .