

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»
(Новосибирский государственный университет, НГУ)

**Физический факультет
Кафедра физики неравновесных процессов**



УТВЕРЖДАЮ
Декан ФФ, д.ф.-м.н
В.Е.Блинов
2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
МЕТОДЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ФИЗИКИ**

направление подготовки: **03.03.02 Физика**
направленность (профиль): **Общая и фундаментальная физика**

Форма обучения
Очная

Семестр	Общий объем	Виды учебных занятий (в часах)				Промежуточная аттестация (в часах)				
		Контактная работа обучающихся с преподавателем			Самостоятельная работа, не включая период сессии	Самостоятельная подготовка к промежуточной аттестации	Контактная работа обучающихся с преподавателем			
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия			Консультации	Зачет	Дифференцированный зачет	Экзамен
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
8	72	32			18	18	2			2
Всего 72 часа / 2 зачётные единицы, из них: - контактная работа 36 часов										
Компетенции ПК-1										

Ответственный за образовательную программу,
д.ф.-м.н., проф.

С. В. Цыбуля

Новосибирск, 2022

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.	4
3. Трудоёмкость дисциплины в зачётных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу.	5
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведённого на них количества академических часов и видов учебных занятий.	6
5. Перечень учебной литературы.	8
6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся.	9
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.	9
8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.	9
9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.	9
10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.	10
МИНОБРНАУКИ РОССИИ.	16

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Курс «Методы вычислительной физики» имеет своей целью обучение студентов основам вычислительного моделирования в области теплофизики и аэрогидродинамики. Численное моделирование физических процессов в последнее время занимает все более и более важное место в научной работе, во многих случаях заменяя дорогостоящие экспериментальные исследования. Не является исключением и теплофизика и аэрогидродинамика, в которой с уверенностью можно говорить о появлении нового научного направления «вычислительная гидродинамика» (CFD от англ. computational fluid dynamics), посвящённого использованию численных методов и алгоритмов для моделирования процессов переноса импульса, тепла и массы в потоках жидкости и газа. Развитые в вычислительной гидродинамике методы активно используются не только в фундаментальных, но и в еще большей степени в прикладных научных исследованиях во многих отраслях современной промышленности – энергетике, аэрокосмической промышленности, машиностроении, химических технологиях, биомедицине и др. – являясь важной составляющей стадии проектирования инновационных изделий. Этому способствует бурный рост рынка программных продуктов CFD и их широкое распространение среди как инженерно-конструкторского персонала промышленных компаний, так и учёных-исследователей университетской и академической науки во всем мире.

В связи с этим для современного физика-исследователя в области теплофизики и аэрогидродинамики важно иметь представление об основах вычислительной гидродинамики и теплопереноса. Это поможет ему не только применять методы вычислительной гидродинамики в своей научной работе при написании собственных программ или использовании современных пакетов CFD программ, но и осознанно и критически воспринимать результаты численного моделирования, полученные другими исследователями.

В курсе последовательно изложены основы численных методов, используемых при моделировании процессов переноса импульса, тепла и массы в фундаментальных и прикладных задачах аэрогидродинамики и теплофизики. Рассматриваются методы дискретизации и описываются распространённые разностные схемы решения уравнений в частных производных. Исследуются вопросы устойчивости, согласованности и сходимости конечно-разностных схем. Рассматриваются распространённые прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений. Уделено внимание особенностям численного моделирования основных физических процессов: конвекции, диффузии и дисперсии (в волновых процессах). Отдельные главы посвящены методам решения задач в приближении пограничного слоя и популярным численным методам решения уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости.

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника следующей профессиональной компетенции:

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	Индикаторы	Результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способность использовать специализированные знания в области физики при построении теоретических моделей физических явлений и процессов в со-	<p>ПК 1.1 Применяет специализированные знания в области физики при воспроизведении учебного материала с требуемой степенью научной точности и полноты.</p> <p>ПК 1.2 Использует специализированные знания при проведении научных изысканий</p>	<p>Знать основные понятия и физические принципы вычислительной физики, дискретизации уравнений переноса в сплошных средах, анализа устойчивости и сходимости, решения систем уравнений;</p> <p>знать методы конечных разностей и конечных объемов дискретизации задач математической физики, методы анализа</p>

Результаты освоения образовательной программы (компетенции)	Индикаторы	Результаты обучения по дисциплине
ответствии с профилем подготовки в зависимости от специфики объекта исследования	<p>в избранной области.</p> <p>ПК 1.3 Выбирает наиболее эффективные методы построения теоретических моделей физических явлений и процессов в соответствии с профилем подготовки в зависимости от специфики объекта исследования.</p>	<p>устойчивости и аппроксимации конечно-разностных схем, прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений, конечно-разностные методы решения линейных и нелинейных уравнений гиперболического и параболического типа, численные методы решения уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости.</p> <p>Уметь численно решать системы уравнений переноса вещества и энергии в сплошных средах, с различными граничными и начальными условиями; уметь составлять конечно-разностные схемы для решения краевых задач математической физики, анализировать устойчивость конечно-разностных схем методом фон Неймана, применять метод дифференциального приближения для анализа сходимости конечно-разностной схемы, решать системы сеточных уравнений методом прогонки и итерационными методами.</p> <p>Владеть методами конечных разностей и конечных объемов, методом фон Неймана анализа устойчивости конечно-разностных схем, методом дифференциального приближения для анализа сходимости конечно-разностных схем, владеть навыками численного решения уравнений переноса в сплошных средах; методикой построения, анализа и применения численных методов и алгоритмов.</p>

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Курс «Методы вычислительной физики» читается в течение одного семестра 4-го курса бакалавриата, обучающихся по направлению 03.03.02 Физика. Курс является одной из профессиональных дисциплин по выбору, реализуемых кафедрой физики неравновесных процессов. Необходимыми предпосылками для успешного освоения курса являются нижеследующие дисциплины.

В цикле математических дисциплин:

- математический анализ (дифференциальное и интегральное исчисления, ряд Тейлора, интерполяция функций, комплексные числа)
- линейная алгебра (системы линейных уравнений, матричный анализ, векторное и тензорное исчисления)

- функциональный анализ (ряд и интеграл Фурье, обобщенные функции)
- дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных, корректность постановки начальных и граничных условий)
- методы математической физики (метод характеристик для линейных и квазилинейных уравнений с частными производными, асимптотика интегралов, метод передела)

В цикле специальных дисциплин:

- основы гидродинамики (уравнения Навье-Стокса и переноса энтальпии, приближение пограничного слоя)
- конвективный тепломассоперенос (уравнения переноса тепла и массы, критерии подобия)
- основы программного конструирования (языки программирования, компиляция и выполнение программ, графическое представление результатов)

3. Трудоёмкость дисциплины в зачётных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу.

Семестр	Общий объем	Виды учебных занятий (в часах)				Промежуточная аттестация (в часах)				
		Контактная работа обучающихся с преподавателем			Самостоятельная работа, не включая период сессии	Самостоятельная подготовка к промежуточной аттестации	Контактная работа обучающихся с преподавателем			
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия			Консультации	Зачет	Дифференцированный зачет	Экзамен
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
8	72	32			18	18	2			2
Всего 72 часа / 2 зачётные единицы, из них: - контактная работа 36 часов										
Компетенции ПК-1										

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, консультации, самостоятельная работа студента и её контроль преподавателями с помощью заданий, экзамен.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля:

- текущий контроль успеваемости: задания для самостоятельного решения;

- промежуточная аттестация: экзамен.

Общая трудоёмкость рабочей программы дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

- занятия лекционного типа – 32 часов;
- самостоятельная работа обучающегося в течение семестра, не включая период сессии – 18 часов;
- промежуточная аттестация (подготовка к сдаче экзамена, консультации и экзамен) – 22 часа.

Объём контактной работы обучающегося с преподавателем (занятия лекционного типа, групповые консультации, экзамен) составляет 36 часов.

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведённого на них количества академических часов и видов учебных занятий.

№ п/п	Раздел дисциплины	Неделя семестра	Виды учебных занятий (в часах)				Промежуточная аттестация (в часах)
			Всего	Контактная работа		Сам. работа, не включая период сес- сии	
				Лекции	Практические занятия		
1	История и основные этапы развития вычислительной гидродинамики. Прикладные пакеты программ решения уравнений гидродинамики и теплопереноса (CFD-коды), области применения	1	3	2		1	
2	Основные понятия метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации дифференциальных операторов и дифференциальных уравнений	2	3	2		1	
3	Принцип максимума для одномерного уравнения конвекции-диффузии. Конечно-разностные аппроксимации граничных условий. Метод конечных объёмов.	3	3	2		1	
4	Согласованность и устойчивость конечно-разностных схем. Метод фон Неймана	4	3	2		1	
5	Метод дифференциального приближения. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы	5	3	2		1	
6	Итерационные методы: классификация и общие свойства. Методы Якоби и Гаусса–Зейделя	6	3	2		1	
7	Метод последовательной верхней релаксации. Метод переменных направлений. Методы неполной факторизации.	7	3	2		1	
8	Конечно-разностные схемы для решения модельных уравнений. Линейные уравнения гиперболического типа. Метод разностей против потока. Схема Лакса. Метод Лакса–Вендроффа. Двухшаговый метод Лакса–Вендроффа	8	3	2		1	
9	Метод Мак-Кормака.	9	3	2		1	

	Схема с перешагиванием. Схема Ка- баре. Метод Кранка–Николсона. Нелиней- ные уравнения Римана и Бюргерса						
10	Принципы дискретизации нелинейных гиперболических уравнений. Схемы Куранта–Изаксона–Риса, Годунова, Лакса–Вендроффа и Мак-Кормака. TVD-схемы	10	3	2		1	
11	Устойчивость разностных аппрокси- маций уравнения Бюргерса. Методы Аллена–Чена, Мак-Кормака и Кранка-Николсона для уравнения Бюргерса	11	3	2		1	
12	Уравнение теплопроводности. Явная и неявная схемы, методы Кранка-Николсона, Дюфорта–Фран- кела и комбинированный. Двумерное уравнение теплопроводности. Неявный метод переменных направле- ний.	12	3	2		1	
13	Методы расщепления. Численные мо- дели нелинейных волновых процес- сов. Методы решения уравнений погра- ничного слоя	13	3	2		1	
14	Численные методы решения уравне- ний Навье–Стокса несжимаемой жид- кости. Особенности дискретизации уравнений Навье–Стокса	14	3	2		1	
15	Итерационные алгоритмы совмест- ного решения уравнений переноса им- пульса и неразрывности. Методы про- екции	15	4	2		2	
16	Методы SIMPLE и SIMPLEC	16	4	2		2	
17	Групповая консультация		2				2
18	Самостоятельная работа по подго- товке к промежуточной аттестации		18				18
19	Экзамен		2				2
Итого			72	32	0	18	2

♦ **Программа курса лекций (32 часа)**

История и основные этапы развития вычислительной гидродинамики. Прикладные пакеты программ решения уравнений гидродинамики и теплопереноса (CFD-коды), области применения

Основные понятия метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации дифференциальных операторов и дифференциальных уравнений

Принцип максимума для одномерного уравнения конвекции-диффузии. Конечно-разностные аппроксимации граничных условий. Метод конечных объёмов.

Согласованность и устойчивость конечно-разностных схем. Метод фон Неймана

Метод дифференциального приближения. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы

Итерационные методы: классификация и общие свойства. Методы Якоби и Гаусса–Зейделя
Метод последовательной верхней релаксации. Метод переменных направлений. Методы неполной факторизации.

Конечно-разностные схемы для решения модельных уравнений. Линейные уравнения гиперболического типа. Метод разностей против потока. Схема Лакса. Метод Лакса–Вендроффа. Двухшаговый метод Лакса–Вендроффа

Метод Мак-Кормака. Схема с перешагиванием. Схема Кабаре. Метод Кранка–Николсона. Нелинейные уравнения Римана и Бюргера

Принципы дискретизации нелинейных гиперболических уравнений. Схемы Куранта–Изаксона–Риса, Годунова, Лакса–Вендроффа и Мак-Кормака. TVD-схемы

Устойчивость разностных аппроксимаций уравнения Бюргера. Методы Аллена–Чена, Мак-Кормака и Кранка–Николсона для уравнения Бюргера

Уравнение теплопроводности. Явная и неявная схемы, методы Кранка–Николсона, Дюфорта–Франкела и комбинированный. Двумерное уравнение теплопроводности. Неявный метод переменных направлений.

Методы расщепления. Численные модели нелинейных волновых процессов. Методы решения уравнений пограничного слоя

Численные методы решения уравнений Навье–Стокса несжимаемой жидкости. Особенности дискретизации уравнений Навье–Стокса

Итерационные алгоритмы совместного решения уравнений переноса импульса и неразрывности. Методы проекции

Методы SIMPLE и SIMPLEC

Самостоятельная работа студентов (36 часов)

Перечень занятий на СРС	Объем, час
Подготовка к практическим занятиям.	6
Подготовка к контрольным работам	6
Изучение теоретического материала, не освещаемого на лекциях	6
Подготовка к экзамену	18

5. Перечень учебной литературы.

5.1. Основная литература

1. Сиковский Д.Ф. Методы вычислительной теплопередачи. Учебное пособие/Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2013. 98с.

5.2. Дополнительная литература

1. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. - М.: Мир, 1990.- Т.1,2.

2. *Ильин В.П.* Численный анализ. Ч.1. Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2004. 334 с.
3. *Рябенский В.С.* Введение в вычислительную математику. М.: Физматлит, 1994. 296с.

6. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся.

Самостоятельная работа студентов поддерживается следующими учебными пособиями:

1. Сиковский Д.Ф. Методы вычислительной теплопередачи. Учебное пособие/Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2013. 98с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

Для освоения дисциплины используются следующие ресурсы:

- электронная информационно-образовательная среда НГУ (ЭИОС);
- образовательные интернет-порталы;
- информационно-телекоммуникационная сеть Интернет.

7.1 Современные профессиональные базы данных

Не используются.

7.2. Информационные справочные системы

Не используются.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Для обеспечения реализации дисциплины используется стандартный комплект программного обеспечения (ПО), включающий регулярно обновляемое лицензионное ПО Windows и MS Office.

Использование специализированного программного обеспечения для изучения дисциплины не требуется.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для реализации дисциплины «Методы вычислительной физики» используются специальные помещения:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации.
2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

Реализация дисциплины осуществляется с применением электронного обучения на платформе Zoom где обучение проводится на виртуальных аналогах, позволяющим достигать запланированных результатов по дисциплине.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются следующие наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий:

- комплект лекций-презентаций по темам дисциплины;

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине для обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется согласно «Порядку организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в Новосибирском государственном университете».

10. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

10.1 Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Текущий контроль

Текущий контроль осуществляется в ходе семестра путем опроса в начале каждой лекции по материалам предыдущей лекции, а также проведения коротких самостоятельных работ в начале каждого занятия с решением типовых задач, разобранных на предыдущем занятии.

Промежуточная аттестация

Освоение компетенций оценивается согласно шкале оценки уровня сформированности компетенции. Положительная оценка по дисциплине выставляется в том случае, если заявленная компетенция ПК-1 сформирована не ниже порогового уровня в части, относящейся к формированию способности использовать специализированные знания в области кристаллографии и рентгеноструктурного анализа в профессиональной деятельности.

Устный экзамен проводится в экзаменационную сессию по экзаменационным билетам. Первая передача проходит в конце сессии также в форме устного экзамена по экзаменационным билетам. Вторая передача (в начале следующего семестра) проводится в виде письменного экзамена. При проведении данного письменного экзамена запрещается использовать любые источники информации, включая конспекты.

Окончательная оценка работы студента в течение семестра происходит на экзамене. Экзамен проводится в конце семестра в экзаменационную сессию по билетам в устной форме. Вопросы билета подбираются таким образом, чтобы проверить уровень сформированности компетенции ПК-1.

Вывод об уровне сформированности компетенций принимается преподавателем. Каждый вопрос билета оценивается от 0 до 5 баллов. Положительная оценка ставится, когда все компетенции освоены не ниже порогового уровня. Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение промежуточной аттестации.

Соответствие индикаторов и результатов освоения дисциплины

Таблица 10.1

Индикатор	Результат обучения по дисциплине	Оценочные средства
<p>ПК 1.1 Применяет специализированные знания в области физики при воспроизведении учебного материала с требуемой степенью научной точности и полноты.</p>	<p>Знать основные понятия и физические принципы вычислительной физики, дискретизации уравнений переноса в сплошных средах, анализа устойчивости и сходимости, решения систем уравнений; знать методы конечных разностей и конечных объемов дискретизации задач математической физики, методы анализа устойчивости и аппроксимации конечно-разностных схем, прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений, конечно-разностные методы решения линейных и нелинейных уравнений гиперболического и параболического типа, численные методы решения уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости.</p>	<p>Проведение контрольных работ, экзамен.</p>
<p>ПК 1.2 Использует специализированные знания при проведении научных изысканий в избранной области</p>	<p>Уметь численно решать системы уравнений переноса вещества и энергии в сплошных средах, с различными граничными и начальными условиями; уметь составлять конечно-разностные схемы для решения краевых задач математической физики, анализировать устойчивость конечно-разностных схем методом фон Неймана, применять метод дифференциального приближения для анализа сходимости конечно-разностной схемы, решать системы сеточных уравнений методом прогонки и итерационными методами.</p>	<p>Проведение контрольных работ, экзамен.</p>
<p>ПК 1.3 Выбирает наиболее эффективные методы построения теоретических моделей физических явлений и процессов в соответствии с профилем подготовки в зависимости от специфики объекта исследования.</p>	<p>Владеть методами конечных разностей и конечных объемов, методом фон Неймана анализа устойчивости конечно-разностных схем, методом дифференциального приближения для анализа сходимости конечно-разностных схем, владеть навыками численного решения уравнений переноса в сплошных средах; методикой построения, анализа и применения численных методов и алгоритмов.</p>	<p>Проведение контрольных работ, экзамен.</p>

10.2 Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по дисциплине «Методы вычислительной физики».

Таблица 10.2

Критерии оценивания результатов обучения	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Уровень освоения компетенции			
		Не сформирован (0 баллов)	Пороговый уровень (3 балла)	Базовый уровень (4 балла)	Продвинутый уровень (5 баллов)
1	2	3	4	5	6
Полнота знаний	ПК 1.1	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имеют место грубые ошибки.	Демонстрирует общие знания базовых понятий по темам/разделам дисциплины. Допускается значительное количество негрубых ошибок.	Уровень знаний соответствует программе подготовки по темам/разделам дисциплины. Допускается несколько негрубых/несущественных ошибок. Не отвечает на дополнительные вопросы.	Уровень знаний соответствует программе подготовки по темам/разделам дисциплины. Свободно и аргументированно отвечает на дополнительные вопросы.
Наличие умений	ПК 1.2	Отсутствие минимальных умений. Не умеет решать стандартные задачи. Имеют место грубые ошибки.	Продемонстрированы частично основные умения. Решены типовые задачи. Допущены негрубые ошибки.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками или с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задания в полном объеме без недочетов и ошибок.
Наличие навыков (владение опытом)	ПК 1.3	Отсутствие владения материалом по темам/разделам дисциплины. Нет навыков в решении стандартных задач. Наличие грубых ошибок.	Имеется минимальный набор навыков при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Имеется базовый набор навыков при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Имеется базовый набор навыков при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. Продемонстрированы знания по решению нестандартных задач.

10.3 Типовые контрольные задания и материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Перечень типовых заданий для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся.

Задание 1. Найти условие устойчивости методом Неймана и получить дифференциальное приближение для конечно-разностной схемы Кабаре решения линейного уравнения переноса

$$\frac{1}{2} \left(\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{u_{i-1}^n - u_{i-1}^{n-1}}{\Delta t} \right) + c \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} = 0$$

Задание 2. Показать выполнение TVD-свойства для решения уравнения Бюргера

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Задание 3. Получить аналитическое решение уравнения Бюргера

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

в интервале $[-\infty, +\infty]$ с начальным условием

$$\begin{aligned} u(x,0) &= 1, & x < 0, \\ u(x,0) &= 0, & x > 0 \end{aligned}$$

Задание 4. Сравнить с полученным в предыдущем пункте точным решением численное решение уравнения Бюргера на отрезке $x \in [-1;10]$ при двух значениях вязкости $\nu = 0.1$ и $\nu = 0.001$ и граничных условиях:

$$u(-1,t) = 1, \quad u(10,t) = 0,$$

полученное с помощью противопоточной схемы Куранта-Иаксона-Риса

$$\begin{aligned} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{(u_{i+1}^n)^2 - (u_{i-1}^n)^2}{4\Delta x} &= \frac{|u_{i+1/2}^n| (u_{i+1}^n - u_i^n) - |u_{i-1/2}^n| (u_i^n - u_{i-1}^n)}{2\Delta x} + \\ + \nu \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}, \quad u_{i+1/2}^n &= \frac{u_i^n + u_{i+1}^n}{2} \end{aligned}$$

и одного из перечисленных ниже методов:

1) Лакса-Вендроффа

$$\begin{aligned} \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{(u_{i+1}^n)^2 - (u_{i-1}^n)^2}{4\Delta x} &= \Delta t \frac{|u_{i+1/2}^n|^2 (u_{i+1}^n - u_i^n) - |u_{i-1/2}^n|^2 (u_i^n - u_{i-1}^n)}{2\Delta x^2} + \\ + \nu \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \end{aligned}$$

2) Мак-Кормака

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta x} &= \nu \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \\ \frac{\hat{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{\tilde{f}_i^n - \tilde{f}_{i-1}^n}{\Delta x} &= \nu \frac{\tilde{u}_{i+1}^n - 2\tilde{u}_i^n + \tilde{u}_{i-1}^n}{\Delta x^2}, \\ u_i^{n+1} &= \frac{\tilde{u}_i^{n+1} + \hat{u}_i^{n+1}}{2}, \quad \text{где } f = u^2/2 \end{aligned}$$

3) двухшагового метода Кабаре

$$\begin{aligned} \frac{u_{i-1/2}^{n+1/2} - u_{i-1/2}^n}{\Delta t/2} + u_{i-1/2}^n \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} &= \nu \frac{u_{i+1/2}^n - 2u_{i-1/2}^n + u_{i-3/2}^n}{\Delta x^2} \\ u_i^{n+1} &= 2u_{i-1/2}^{n+1/2} - u_{i-1}^n \\ \frac{u_{i-1/2}^{n+1} - u_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta t/2} + u_{i-1/2}^{n+1/2} \frac{u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} &= \nu \frac{u_{i+1/2}^{n+1} - 2u_{i-1/2}^{n+1} + u_{i-3/2}^{n+1}}{\Delta x^2} \end{aligned}$$

4) Кранка-Николсона с центральными разностями

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{u_{i+1}^n u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^n u_{i-1}^{n+1}}{4\Delta x} = \frac{\nu}{2} \left(\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right)$$

и той же схемой с демпфером в правой части (схема Бима-Уорминга)

$$- \frac{\omega \Delta x^4}{8\Delta t} \left(\frac{u_{i+2}^n - 4u_{i+1}^n + 6u_i^n - 4u_{i-1}^n + u_{i-2}^n}{\Delta x^4} \right), \quad 0 < \omega < 1$$

5) Кранка-Николсона-Самарского

$$\begin{aligned} & \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{(u_{i+1}^n)^- u_{i+1}^{n+1} - (u_i^n)^- u_i^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{(u_i^n)^+ u_i^{n+1} - (u_{i-1}^n)^+ u_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} = \\ & = \frac{\nu_i}{2} \left(\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right) \\ & \text{где } (\varphi)^+ = \frac{\varphi + |\varphi|}{2}, \quad (\varphi)^- = \frac{\varphi - |\varphi|}{2}, \quad \nu_i = \frac{\nu}{1 + |u_i^n| \Delta x / (2\nu)} = \frac{\nu}{1 + \text{Re}_{\Delta i} / 2} \end{aligned}$$

6) Лакса-Вендроффа с ограничителем minmod

$$\begin{aligned} & \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{(u_{i+1}^n)^2 - (u_{i-1}^n)^2}{4\Delta x} = \frac{a_{i+1/2}^n (u_{i+1}^n - u_i^n) - a_{i-1/2}^n (u_i^n - u_{i-1}^n)}{2\Delta x} + \\ & + \nu \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_{i+1/2}^n &= |u_{i+1/2}^n| \left[1 - \psi_{i+1/2} \left(1 - |u_{i+1/2}^n| \Delta t / \Delta x \right) \right], \\ \psi_{i+1/2} &= \psi(r_i), \quad r_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{u_{i+1} - u_i}, \quad u_{i+1/2}^n = \frac{u_i^n + u_{i+1}^n}{2}, \\ \psi(r) &= \max[0, \min(r, 1)] \end{aligned}$$

7) Лакса-Вендроффа с ограничителем superbee $\psi(r) = \max\left\{ \frac{r}{2}, \min(2r, 1), \min(r, 2) \right\}$

8) Лакса-Вендроффа с ограничителем Van Leer $\psi(r) = (r + |r|) / (1 + |r|)$

9) Лакса-Вендроффа с ограничителем VanAlbada $\psi(r) = (r^2 + r) / (1 + r^2)$

10) Лакса-Вендроффа с ограничителем QUICK $\psi(r) = 1.5(r^2 + r) / (1 + r + r^2)$

Провести расчёты на грубой и на мелкой сетках. Сравнить поведение двух схем. Для каждой схемы привести условие устойчивости и показать его применимость в численных расчётах.

Задание 5. Получить аналитическое решение нелинейного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \lambda(u) = u^\sigma \text{ на вещественной полуоси } x \in [0; \infty] \text{ с начальным условием}$$

$u(x, 0) = 0$ и граничными условиями $u(0, t) = (\sigma t)^{1/\sigma}$, $u(\infty, t) = 0$, $x > 0$ (см. А.А.Самарский.

Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. стр.449). Численно решить это уравнение с помощью неявной схемы

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x} \left[\lambda_{i+1/2}^{n+1} \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}}{\Delta x} - \lambda_{i-1/2}^{n+1} \frac{u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} \right]$$

Для линеаризации уравнения использовать метод итерационной замены коэффициентов $\lambda_{i\pm 1/2}^{n+1}$. Коэффициенты $\lambda_{i\pm 1/2}^{n+1}$ вычислять по выражениям:

- 1) $\lambda_{i+1/2} = [\lambda(u_i) + \lambda(u_{i+1})]/2$
- 2) $\lambda_{i+1/2} = \lambda\left(\frac{u_i + u_{i+1}}{2}\right)$
- 3) $\lambda_{i+1/2} = \frac{2\lambda(u_i)\lambda(u_{i+1})}{\lambda(u_i) + \lambda(u_{i+1})}$

При необходимости задавать в начальную температуру отличной от нуля малой величиной. Сравнить с точным решением.

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Метод конечных разностей: приближения производных и дифференциальных выражений; аппроксимации дифференциальных уравнений; методы аппроксимации граничных условий. Решение систем уравнений с трёхдиагональными матрицами, метод прогонки
2. Метод конечных объёмов: интегро-интерполяционный метод построения разностных схем. Устойчивость, согласованность и сходимости конечно-разностных схем; метод Неймана исследования устойчивости конечно-разностных схем
3. Методы решения волнового уравнения: метод разностей против потока, схема Лакса, метод с перешагиванием, одношаговый и двухшаговый методы Лакса-Вендроффа, метод Мак-Кормака, схема Кабаре, метод Кранка-Николсона. Нелинейное уравнение в дисперсионной среде (уравнение Кортевега-де Вриза): трёхслойные явные схемы, схема Лакса-Вендроффа
4. Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений: метод простой итерации, Зейделя и последовательной верхней релаксации; метод переменных направлений, методы неполной факторизации.
5. Методы решения уравнения теплопроводности: простой явный метод, простой неявный метод, метод Кранка-Николсона, комбинированные методы, методы переменных направлений, методы дробных шагов (методы расщепления).
6. Методы решения линейного уравнения переноса: интерполяционно-характеристический метод, метод разностей против потока, схема Лакса, метод с перешагиванием, одношаговый и двухшаговый методы Лакса-Вендроффа, метод Мак-Кормака, схема Кабаре, метод Кранка-Николсона.
7. Методы решения нелинейного уравнения переноса (уравнения Римана и Бюргерса): схемы Куранта-Изаксона-Риса (противопоточная) и Годунова, Лакса-Вендроффа, Мак-Кормака, Кранка-Николсона. Понятие монотонности конечно-разностных схем. TVD-схемы с ограничителями потока.
8. Решение нелинейных параболических уравнений пограничного слоя и теплопроводности: неявная схема, методы линеаризации уравнений. Итерационные алгоритмы совместного решения уравнений переноса импульса и неразрывности: методы проекции, алгоритмы SIMPLE и SIMPLER.

9. Особенности численного решения уравнений Навье Стокса: дискретизация конвективных членов (противопоточная схема, схема QUICK Леонарда). Выбор совмещённой и разнесённой сеток. SIMPLE-подобные алгоритмы коррекции давления. Форма экзаменационного билета представлена

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)
Физический факультет
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № _____
1
2
Составитель _____ /Ф.И.О. преподавателя/ (подпись)
« ____ » _____ 20 г.

Оценочные материалы по промежуточной аттестации, предназначенные для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям СУОС, хранятся на кафедре-разработчике РПД в печатном и электронном виде.

**Лист актуализации рабочей программы
по дисциплине «Методы вычислительной физики»
по направлению подготовки 03.03.02 Физика
Профиль «Общая и фундаментальная физика»**

№	Характеристика внесенных изменений (с указанием пунктов документа)	Дата и № протокола Учёного совета ФФ НГУ	Подпись ответственного